

# 典型导向钻具组合的力学分析方法\*

高德利

(石油大学石油工程系, 北京 100083)

**摘要** 对典型导向钻具组合的平面静力分析方法进行了讨论. 首先将导向钻具组合模化为平面纵横弯曲弹性杆, 建立微分形式的变形控制方程, 然后讨论控制方程的求解方法, 给出了可适用于各种典型导向钻具组合的挠度曲线通用方程式. 文中还介绍了上述通用方程式在导向钻具组合的力学特性分析及结构设计中的具体应用.

**主题词** 水平井; 井底动力钻具; 钻具组合; 稳定器; 力学分析

**中图法分类号** TE 21

**作者简介** 高德利, 男, 1958年生, 1982年毕业于华东石油学院钻井工程专业, 1984年获西南石油学院硕士学位, 1991年获石油大学博士学位, 1992年清华大学博士后毕业, 现为石油大学副教授, 主要从事钻井力学方面的研究.

## 0 引言

在水平钻井中, 广泛采用了导向钻井系统. 其重要部件有动力钻具组合, 也称为导向钻具组合, 主要由带弯接头或具有弯外壳的井下动力马达及稳定器构成. 通过力学分析来认识导向钻具组合的造斜特性, 对于科学设计、选择及使用这种钻具组合具有重要的意义<sup>[1~3]</sup>. 由于结构弯角的存在, 导向钻具组合的力学分析研究要比转盘钻底部钻具组合的力学分析更复杂. 本文仅讨论导向钻具组合的平面静力分析方法, 给出有关的基本方程式及其初步应用结果.

## 1 基本假设

- (1) 导向钻具组合的各结构单元均处于弹性状态;
- (2) 导向钻具组合的各结构单元可以具有任意几何尺寸和材料性质, 但分段保持为常数;
- (3) 将井下动力马达简化为等效钻铤, 其等效抗弯刚度可由实验测定<sup>[4]</sup>;
- (4) 导向钻具组合在平面内发生小挠度弯曲变形, 并且在变形前后, 其结构弯角顶点处的两条切线保持不变;
- (5) 钻头居于井底中心, 并与地层之间不产生弯矩;
- (6) 井眼为圆形, 且对导向钻具组合有刚性支承 (在接触点);

收稿时间: 1992-10-28

\* 本研究是“八五”国家攻关项目“水平井井眼轨迹控制技术研究”的阶段成果.

- (7) 在切点以上, 钻柱平放在井眼下边;
- (8) 忽略钻柱和钻井液的动力效应.

## 2 力学模型的建立

设井眼轨迹在同一铅垂平面内变化, 导向钻具组合在这样的井眼里受自重、钻压、井壁支承反力及水力载荷等作用, 发生的平面弯曲变形, 可视为平面纵横弯曲梁柱问题来进行分析研究. 为此, 取参考坐标系  $oxz$ , 如图 1 所示. 其中, 原点  $o$  取在井眼轴线上的钻头处或导向钻具组合每跨的下端处;  $z$  轴经过井眼轴线上的钻头和上稳定器所处的两点, 并指向上方;  $x$  轴垂直于  $z$  轴并指向井眼的低边, 即  $xoz$  平面为铅垂面;  $z$  轴与重力线的夹角为  $\beta$ ;  $x$  轴和  $z$  轴的单位矢量分别为  $\vec{e}_x$  和  $\vec{e}_z$ . 在  $oxz$  系下, 导向钻具组合平面弯曲变形的控制方程可表为<sup>[3]</sup>:

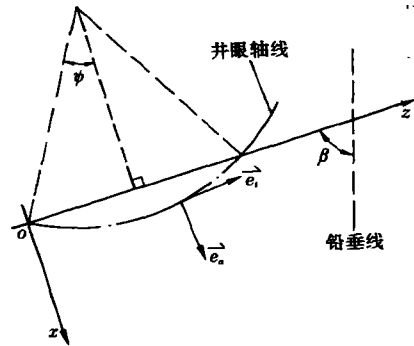


图 1 参考坐标系

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 u}{ds^4} + \frac{d}{ds} \left( N^* \frac{du}{ds} \right) &= q_z^* \\ N^* &= P^* - q_z^* s = N / E_I \\ q_z^* &= q \sin \beta / E_I \\ q_x^* &= q \cos \beta / E_I \\ P^* &= P / E_I \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $u$  表示导向钻具组合弹性变形线相对于  $z$  轴的横向挠度位移,  $m$ ;  $s$  为弹性变形线上任一点的弧长坐标变量,  $m$ ;  $q$  为钻铤或等效钻铤在钻井液中单位长度的有效重量,  $kN/m^2$ ;  $E_I$  是相应的抗弯刚度,  $kN \cdot m^2$ ;  $N = P - q \cos \beta \cdot s$ , 表示导向钻具组合轴向力,  $kN$ , 以压为正, 其中  $P$  表示坐标原点处的  $z$  向压力,  $kN$ . 若忽略轴向力的变化量, 则式(1)可简化为:

$$\frac{d^4 u}{ds^4} + P^* \frac{d^2 u}{ds^2} = q_z^* \quad (2)$$

若  $N^* = -T^* / E_I$  (其中  $T$  表示常量轴向拉力,  $kN$ ), 则式(1)简化为如下形式:

$$\frac{d^4 u}{ds^4} - T^* \frac{d^2 u}{ds^2} = q_z^* \quad (3)$$

假设井斜变化率为  $K_s$  (rad/30 m), 且为常数; 井眼轴线上任一点沿切向和降斜方向的单位矢量分别为  $\vec{e}_t$  和  $\vec{e}_s$  (如图 1 所示), 在  $oxz$  系中的坐标为  $(x^*, z^*)$ , 相应的弧长为  $L, m$ . 则有如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} x^* &= 30(\cos \theta - \cos \phi) / K_s \\ z^* &= 30(\sin \phi - \sin \theta) / K_s \\ \phi &= K_s L_s / 60 \\ \theta &= \cos^{-1}(\vec{e}_t \cdot \vec{e}_z) = K_s(L_s - 2L) / 60 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_t \\ \vec{e}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{e}_z \\ \vec{e}_x \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(4)中,  $L_s$  表示钻头至上稳定器间的井眼长度,  $m$ .

将式(4)中的 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 展成幂级数,并略去高阶小量,可得到 $x^*$ 和 $z^*$ 的近似表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} x^* &= L\sin\psi - \left(\frac{L^2}{2}\right)\left(\frac{K_*}{30}\right)\left[\cos\psi + \left(\frac{L}{3}\right)\left(\frac{K_*}{30}\right)\sin\psi\right] \\ z^* &= L\cos\psi + \left(\frac{L^2}{2}\right)\left(\frac{K_*}{30}\right)\left[\sin\psi - \left(\frac{L}{3}\right)\left(\frac{K_*}{30}\right)\cos\psi\right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

导向钻具组合任一点的挠度 $u$ 应满足如下约束条件:

$$|(u-x^*)\cos\theta| \leq 10^{-3}r_s \quad (7)$$

式中, $r_s$ 为井眼视半径,mm,它等于井眼直径与钻铤外径之差的一半。

根据基本假设(5)可知,在钻头处位移和弯矩均为零,即有:

$$\left. \begin{aligned} u(0) &= 0 \\ u''(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由基本假设(7)可得切点处的边界条件如下:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \left(\frac{30}{K_*}\right)(\cos\theta_r - \cos\psi) + 10^{-3}r_s\cos\theta_r \\ u_r' &= \sin\theta_r \\ u_r'' &= -\frac{1}{30}K_*\cos\theta_r \\ \theta_r &= -\frac{1}{60}K_*(L_* + 2L_r) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中, $u_r$ 为 $u$ 在切点处的值; $u_r'$ 和 $u_r''$ 分别为 $u$ 对 $s$ 的1次导数和2次导数在切点处的值; $L_r$ 为切点长度(切点至上稳定器间的钻铤计算长度),m; $r_s$ 为切点处的井眼半径,mm。

对于导向钻具组合,在稳定器处,位移及弯矩均连续,只有剪力产生突变(因与井壁接触);在结构弯角顶点处(假定不与井壁接触),除转角突变外,其余如位移、弯矩及剪力均连续。

### 3 挠度曲线的一般方程式

在导向钻具组合中,具有结构弯角的跨段,其钻铤(或等效钻铤)的挠度曲线需要分段计算.不失一般性,假定与某一结构弯角顶点相邻的两段钻铤(或等效钻铤)分别为第 $j-1$ 段和第 $j$ 段(两段的抗弯刚度相同),相应的挠度方程分别为 $u_{j-1}(s)$ 和 $u_j(s)$ ,并且记

$$u_j(s) = u_{j-1}(s) + \bar{u}_j(s) \quad (10)$$

式中, $\bar{u}_j(s)$ 可根据变形控制方程及两段交接处的间断条件来确定。

#### 3.1 关于控制方程式(1)的解法

对于式(1),不能求得其解析形式的通解,因而采用加权余量法对其进行近似求解,并取四次多项式作为挠度曲线的试函数.于是, $\bar{u}_j(s)$ 可近似表达为:

$$\bar{u}_j(s) = D_1(s-L_{j-1})^4 + D_2(s-L_{j-1})^3 + D_3(s-L_{j-1})^2 + D_4(s-L_{j-1}) + D_5 \quad (11)$$

式中, $L_{j-1}$ 为第 $j-1$ 段的长度,m; $s$ 为第 $j$ 段上任一点的弧长坐标(坐标原点取在第 $j-1$ 段的起端),m; $D_1, D_2, D_3,$ 及 $D_4$ 均为待定系数.根据控制方程式(1)及交接点的突变条件,并应用加权余量法中的子域法消除残值,得出其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned}
 D_1 &= \left[ \frac{\Delta q_{zj} + \left( q_{zj} + \frac{1}{2} N_j^* P_j^* L_j \right) \Delta \theta_j}{4(6 + N_j^* L_j^2)} \right] - \left[ \frac{N_j^* (\Delta M_j + \frac{1}{2} \Delta Q_j L_j)}{4(6 + N_j^* L_j^2) E_{tj}} \right] \\
 D_2 &= \frac{1}{6} (\Delta Q_j / E_{tj} - P_j^* \Delta \theta_j) \\
 D_3 &= \Delta M_j (2E_{tj})^{-1} \\
 D_4 &= \Delta \theta_j \\
 D_5 &= \Delta u_j = u_{zj} - u_{zj-1}
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中,  $P_j^* = P_j / E_{tj}$ ,  $P_j$  为第  $j$  段始端 (交接处) 的轴向力;  $q_{zj}^* = q_{zj} \cos \beta / E_{tj}$ ;  $N_j^* = P_j^* - q_{zj}^* L_j$ , 其中  $L_j$  和  $q_{zj}$  分别为第  $j$  段钻铤 (或等效钻铤) 的长度 (m)、单位长度有效重量 (kN/m) 及抗弯刚度  $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ ;  $u_{zj-1}$  和  $u_{zj}$  分别为第  $j-1$  段和第  $j$  段在交接点处挠度位移;  $\Delta \theta_j, \Delta M_j, \Delta Q_j$  及  $\Delta q_{zj}$  分别为两段交接处突变的转角值、弯矩值、剪力值及横向分布载荷密度值, 如图 2 所示。

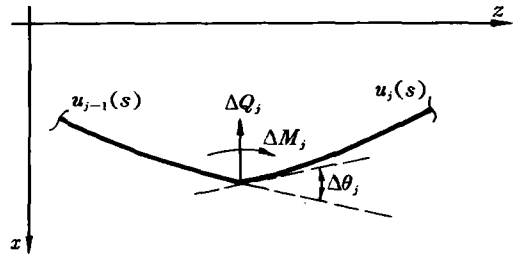


图 2 载荷突变示意图

对于导向钻具组合, 在结构弯角顶点处, 一般有  $\Delta q_{zj} = \Delta Q_j = \Delta M_j = \Delta u_j = 0$ . 代入式 (12) 则有

$$\left. \begin{aligned}
 D_1 &= \frac{2q_{zj}^* + N_j^* P_j^* L_j}{8(6 + N_j^* L_j^2)} \Delta \theta_j \\
 D_2 &= \frac{-P_j^* \Delta \theta_j}{6} \\
 D_3 &= 0 \\
 D_4 &= \Delta \theta_j \\
 D_5 &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (11) 中, 即得到与导向钻具组合结构弯角有关的  $\bar{u}_j(s)$  表达式为:

$$\bar{u}_j(s) = \Delta \theta_j \left[ 1 - \frac{P_j^* (s - L_{j-1})^2}{6} + \frac{2q_{zj}^* + N_j^* P_j^* L_j}{8(6 + N_j^* L_j^2)} (s - L_{j-1})^3 \right] (s - L_{j-1}) \quad (14)$$

式中,  $\Delta \theta_j$  取决于结构弯角。

将式 (11) 代入式 (10), 即得到关于导向钻具组合挠度曲线的一般方程式。在此基础上, 利用问题的边界条件和约束条件, 可方便地计算整个导向钻具组合系统的力学特性, 进而确定其造斜特性。

### 3.2 控制方程式 (2) 的求解

对于式 (2), 可求得解析形式的通解, 即:

$$u = C_1 \cos(\sqrt{P^*} \cdot s) + C_2 \sin(\sqrt{P^*} \cdot s) + C_3 s + C_4 + \frac{q_{zj}^* s^2}{2P^*} \quad (15)$$

式中  $C_1, C_2, C_3$  和  $C_4$  均为任意常数。于是  $\bar{u}_j(s)$  可表达为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_j(s) = & D_1 \cos \sqrt{P^*} (s - L_{j-1}) + D_2 \sin \sqrt{P^*} (s - L_{j-1}) \\ & + D_3 (s - L_{j-1}) + D_4 + \Delta q_{ij}^* (s - L_{j-1})^2 / (2P^*) \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $P^*$  表示两段中常量的  $z$  向压力;  $D_1, D_2, D_3, D_4$  均为待定系数, 可根据两段交接处的突变条件确定如下:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{\Delta q_{ij}^*}{P^{*2}} - \frac{\Delta M_j}{P^* E_{ij}} \\ D_2 &= \Delta \theta_j - \Delta Q_j (P^* E_{ij})^{-1} / \sqrt{P^*} \\ D_3 &= \Delta Q_j (P^* E_{ij})^{-1} \\ D_4 &= \Delta u_j - \frac{\Delta q_{ij}^*}{P^{*2}} + \frac{\Delta M_j}{P^* E_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

在导向钻具组合结构弯角处, 通常有  $\Delta u_j = \Delta q_{ij}^* = \Delta M_j = \Delta Q_j = 0$ , 代入式 (17), 则有:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= D_3 = D_4 = 0 \\ D_2 &= \Delta \theta_j / \sqrt{P^*} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将式(17)代入式(16)确定  $\bar{u}_j(s)$ , 再将  $\bar{u}_j(s)$  代入式(10), 即得关于导向钻具组合挠度曲线的一般表达式。

### 3.3 控制方程式(3)的解法

对于式(3), 也可求得解析形式的通解, 即:

$$u = C_1 \exp(\sqrt{T^*} \cdot s) + C_2 \exp(-\sqrt{T^*} \cdot s) + C_3 s + C_4 - q_i^* s^2 (2T^*)^{-1} \quad (19)$$

式中,  $T^*$  表示轴向拉力。

与式(2)的解法相类似, 在式(19)的基础上, 可得到  $\bar{u}_j(s)$  的一般表达式为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_j(s) = & \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta M_j}{T^* E_{ij}} + \frac{\Delta Q_j}{E_{ij} T^* \sqrt{T^*}} + \frac{\Delta q_{ij}^*}{T^{*2}} - \frac{\Delta \theta_j}{\sqrt{T^*}} \right) \exp[\sqrt{T^*} (s - L_{j-1})] \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta M_j}{T^* E_{ij}} - \frac{\Delta Q_j}{E_{ij} T^* \sqrt{T^*}} + \frac{\Delta q_{ij}^*}{T^{*2}} + \frac{\Delta \theta_j}{\sqrt{T^*}} \right) \exp[-\sqrt{T^*} (s - L_{j-1})] \\ & + \left( 2\Delta \theta_j - \frac{\Delta Q_j}{T^* E_{ij}} \right) (s - L_{j-1}) + \left( \Delta \dot{u}_j - \frac{\Delta q_{ij}^*}{T^{*2}} - \frac{\Delta M_j}{T^* E_{ij}} \right) \\ & - \frac{\Delta q_{ij}^* (s - L_{j-1})^2}{2T^*} \end{aligned} \quad (20)$$

在导向钻具组合结构弯角处,  $\Delta u_j = 0, \Delta q_{ij}^* = 0, \Delta M_j = 0, \Delta Q_j = 0$ , 代入式 (20), 则有:

$$\bar{u}_j(s) = -\frac{\Delta \theta_j}{\sqrt{T^*}} \operatorname{sh}[\sqrt{T^*} (s - L_{j-1})] + 2\Delta \theta_j (s - L_{j-1}) \quad (21)$$

式中,  $\operatorname{sh}$  表示双曲正弦函数。

将式(20)或式(21)代入式(10), 即得相应的挠度曲线一般方程式。

## 4 应用实例

根据大港油田 NMH-1 水平井井眼轨迹控制的需要, 现场专家提出如何降低原 PLZ165-7.0A 单弯双稳螺杆钻具组合(结构弯角为  $1.25^\circ$ )造斜率(约  $9^\circ/30\text{m}$ )的问题。根据具体要求, 利用权余法的分析结果编写了计算机处理程序。通过计算和分析, 决定在钻头和下稳定器之间加一个接头(长  $1.5\text{m}$ ), 并应用于 NMH-1 水平井某造斜段(3213~3241 m)的施工

中,结果使原增斜率降低了 $3^{\circ}/30\text{ m}$ (实际增斜率为 $6^{\circ}/30\text{ m}$ ),从而满足了实际要求。

## 5 结 论

(1) 计算结果表明,近钻头稳定器离钻头越近(在有效长度范围内)或结构弯角越大,则钻头侧向力愈大,相应的造斜率愈高。因此,通过调节近钻头稳定器的位置或结构弯角的大小,便可有效地控制单弯双稳导向钻具组合的造斜率。

(2) 减小上稳定器的外径尺寸,可使单弯双稳导向钻具组合的造斜率略有增加。

(3) 单弯双稳导向钻具组合的钻头侧向力,对钻压变化、井斜角变化及结构弯角的位置变化(在两个稳定器之间)均不敏感。

**致谢** 感谢刘希圣教授和清华大学徐秉业教授的帮助。

## 参 考 文 献

- 1 Birades M et al. ORPHEE 3D: Original Results on the Directional Behavior of BHA's with Bent Subs. Presentation at Offshore Europe 89 held in Aberdeen, Scotland, 1989, SPE 19244
- 2 Williams J B et al. An Analysis of Predicted Wellbore Trajectory Using a Three-Dimensional Model of Bottom Hole Assembly with Bent Sub, Bent Housing, and Eccentric Contact Capabilities. Presentation at the 64 th Annual Technical Conf, and Exhibition of SPE held in San Antonio, TX, Oct. 8-11, 1989, SPE19545
- 3 高德利, 刘希圣. 带弯接头井下动力钻具组合的造斜特性. 石油钻探技术, 1991, 19(2)
- 4 白家祉等. 井斜控制理论与实践. 北京: 石油工业出版社, 1990
- 5 高德利, 徐秉业. 弹性钻柱运动的基本方程问题, 中国博士后论文集, 第四集. 北京大学出版社, 1991

## A METHOD FOR MODELING STATIC BEHAVIOR OF DOWNHOLE MOTOR ASSEMBLY WITH BENT HOUSING AND STABILIZERS

Gao Deli

(University of Petroleum, Beijing 100083)

**Abstract** A method for modeling the static behavior of downhole motor assembly (DHMA) with bent housing and stabilizers is presented. The governing differential equations of planar deflection of the DHMA modeled as elastic bar with axial and lateral loads are given, and the universal deflection—equations suitable for the computation of a variety of bottomhole assemblies are established in this paper. Some results on their applications useful for field engineers are introduced.

**Subject words** Horizontal well; Bottomhole assembly; Drilling tool; Drillstring stabilizer; Mechanical analysis

**The author** Gao Deli, male, was born in 1958. He graduated from East China Petroleum Institute in 1982, held Master and Doctor Degree of Science from Xinan Petroleum Institute in 1984 and from University of Petroleum in 1991. He finished his postdoctor courses in Qinghua University in 1992. Now as an associate professor, he works on drilling dynamics in the University of Petroleum, Beijing, China.