

# 裸眼井和套管井中偶极声场的辐射和接收

唐晓明,曹景记,魏周拓

(中国石油大学地球科学与技术学院, COSL-UPC 声学测井联合实验室, 山东青岛 266580)

**摘要:**运用弹性波互易原理,指出并验证井中声场辐射和接收存在的互易性,使得井的接收响应可以由井的辐射因子计算得到,并结合辐射声场的远场渐近解,使得远探测声场的计算效率显著提高;模拟结果与三维有限差分数值模拟结果吻合。由于井对声场辐射和接收的调制作用,偶极横波远探测测井数据 SH 型横波的贡献远大于 SV 型横波的贡献,这一结果为数据的处理和解释提供了理论基础;模拟数据及其成像处理结果还证明了横波远探测技术在套管井中的可行性。所提的理论和方法可以快速模拟偶极横波远探测声场。

**关键词:**横波反射成像;偶极声源;井中辐射;井中接收;弹性波互易原理;套管井

**中图分类号:**P 631.8 **文献标志码:**A

## Radiation and reception of elastic waves from a dipole source in open and cased boreholes

TANG Xiao-ming, CAO Jing-ji, WEI Zhou-tuo

(COSL-UPC Allied Borehole Acoustic Laboratory, School of Geosciences in China University of Petroleum,  
Qingdao 266580, China)

**Abstract:** According to elastic reciprocity theorem, the shear-wave radiation from a borehole dipole source is reciprocal to the reception in the source orientation of the borehole fluid displacement caused by the incidence of plane shear waves upon the borehole. Consequently, the borehole radiation pattern can be utilized to compute the borehole reception directivity. The results show that the radiation away from borehole can be accurately computed using an asymptotic solution in the far-field of the borehole. The use of the reciprocity theorem and the asymptotic solution greatly reduces the computational effort in the reflection survey simulation. The simulation results agree well with those from a 3D finite difference elastic wave simulation. The modeling results also show that the SH-wave component from the dipole source is a dominate component for the dipole shear-wave imaging. Simulation and processing results of cased-hole dipole reflection survey data also demonstrate the feasibility of applying the borehole shear-wave imaging technology in cased boreholes. The results of this work provide a fast and accurate algorithm for simulating the dipole-shear wave reflection survey along a borehole.

**Key words:** borehole shear-wave reflection imaging; dipole source; borehole radiation; borehole reception; elastic reciprocity theorem; cased borehole

近年来,偶极横波远探测成像测井已成为探测井外地层构造的一种有效的测井技术<sup>[1-5]</sup>。远探测声场数据的数值模拟十分重要,它可以分析地层弹性性质的变化、并对声场的调制、测井仪器中声源和接收器的位置以及声源频率等因素对声场的影响,为仪器的设计、数据处理和解释提供依据。通常采用的三维有限差分模拟技术<sup>[3,6-7]</sup>能够精确模拟声

场,但速度较慢。低频近似的方法<sup>[1]</sup>模拟结果与实际结果存在误差(偶极仪器的工作频率为数千赫兹)。笔者运用弹性波互易原理和声场的远场近似,提出快速模拟偶极 SH 和 SV 横波远探测声场的方法,并研究这两种横波分量在远探测测井中的贡献。另外,还模拟套管井中的偶极远探测测井数据,并对其进行成像处理。

收稿日期:2013-06-30

作者简介:唐晓明(1955-),男,教授,博士生导师,多年来一直致力于地球物理(特别是声波)测井、岩石物理学、地震波传播及测量等方面的研究和技术开发工作。E-mail:tangxiam@alicyun.com。

# 1 井中的偶极远探测反射声场

远探测声场的模拟是一个复杂的理论问题,因为井中接收到的声场受多种因素的影响,包括井中声源向井外地层的辐射、声场在地层中的反射,以及井对反射波的响应等。考虑这些影响因素以及波在传播路径上的传播效应,给出井中的远探测声波在频率域内的表达形式如下<sup>[1]</sup>:

$$V(\omega) = S(\omega)D_R(\omega)F_R(\omega)C_R(\omega)\exp(i\omega D(1 + i/2Q_\beta)/\beta)/D. \quad (1)$$

式中,  $V$  为井中接收到的远探测声波频谱;  $S$  为声源频谱;  $D_R$  为声场辐射因子,  $C_R$  为井对反射声场的接收因子(即接收响应),  $F_R$  为波在地层反射体处的反射系数,这些因子都可以随圆频率  $\omega$  变化;  $D$  为从声源到反射体,再从反射体到井中接收器的总传播距离;  $Q_\beta$  和  $\beta$  分别为横波的品质因子和波速。除以上因素外,波场还受传播效应的影响。影响之一为波在传播路径上的几何扩散  $1/D$ , 其二是波在传播路径上的非弹性衰减  $\exp(-\omega D/2Q_\beta\beta)$ 。

事实上,在研究井中声源的辐射问题时,人们已经使用过互易原理。例如,对井中的单极子声源, White<sup>[8]</sup> 利用互易原理得到了低频条件下的辐射指向性。但偶极声源条件下的应用尚未有报道。特别地是,远探测声波要经历声场辐射和接收的过程。声场辐射与接收之间的互易性,除了对井孔声场的研究具有理论意义外,还可以将式(1)的计算量减少近一半。为了将互易原理应用于井中的偶极声源,首先利用辐射声场的远场渐近解来计算声场的远场辐射因子;对于辐射距离大于波长的声场计算,该结果对任意频率都是适用的。将辐射的横波分解为 SH 型和 SV 型横波分量,通过理论分析和数值计算,可以证明偶极声源向井外的横波辐射与偶极接收的远场横波对井的入射事实上是等同的。这样,在理论模拟中,只需利用远场渐近解计算声源的辐射因子,并由其得到井的接收响应。基于远场渐近解的精确性和声场辐射与接收之间的互易性,可以准确而便捷地模拟偶极横波的远探测测井声场。

# 2 充液裸眼井和套管井中的偶极声源辐射

图 1 给出了井中偶极声源辐射所用的坐标系。充液井孔可以是裸眼井,也可以是套管井。井外是弹性地层(井与地层的模型参数见表 1),井中的偶极声源位于坐标原点,其振动方向与  $x$  轴重合。

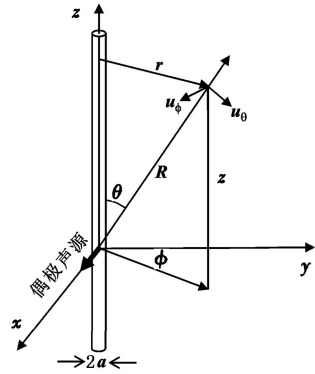


图 1 充液井孔中的偶极声源辐射采用的坐标系  
Fig. 1 Rectangular coordinate system used to analyze far-field radiation of dipole source in a fluid-filled borehole

表 1 模型计算参数

Table 1 Model calculation parameters

介质参数	纵波速度 $v_p /$ ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	横波速度 $v_s /$ ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	密度 $\rho /$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	外径 $d_o / \text{m}$
井孔流体	1.500	—	1000	0.070
钢(套管)	5.930	3.250	7500	0.080
水泥	2.823	1.729	1920	0.104
地层 a	3.600	1.920	2250	$\infty$
地层 b	4.500	2.650	2500	$\infty$

为讨论横波远探测问题,仅考虑偶极的横波辐射,弹性地层中的横波位移矢量由以下两个位移势函数给出:

$$\mathbf{u}_s = \nabla \times (\chi \hat{z}) + \nabla \times \nabla \times (\Gamma \hat{z}). \quad (2)$$

式中,  $\hat{z}$  为  $z$  轴方向的单位矢量;  $\chi$  和  $\Gamma$  分别为 SH 型和 SV 型横波的位移势。对于井中的偶极声源,位移势的谱函数<sup>[1]</sup> 由以下波数( $k$ ) 积分给出:

$$\begin{aligned} \chi(\omega; r, z, \varphi) &= \frac{\cos \varphi}{4\pi} S(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega, k) K_1(sr) \exp(ikz) dk; \\ \Gamma(\omega; r, z, \varphi) &= \frac{\sin \varphi}{4\pi} S(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, k) K_1(sr) \exp(ikz) dk. \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $r$  和  $z$  为径向和轴向距离;  $\varphi$  为源和场点所在竖直平面与偶极振动方向的夹角的余角,  $K_1$  和  $s$  的定义见下。对于裸眼井的情况, SH 和 SV 波的振幅函数  $E$  和  $F$  由以下矩阵方程给出<sup>[9]</sup>:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ E \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_f^d \\ \sigma_{rff}^d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式中,  $A$  为井中偶极声波的振幅系数,  $B$  为井辐射纵波的振幅系数,这两者不在本文考虑之内;  $u_f^d$  和  $\sigma_{rff}^d$

分别为井中偶极声源在井壁上产生的径向位移和径向正应力。上述矩阵和右边源向量各元素的数学表达式如下:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= -I_1(fa)/a - fI_2(fa); \\
 M_{12} &= K_1(pa)/a - pK_2(pa); \\
 M_{13} &= K_1(sa)/a; M_{14} = ikK_1(sa)/a - iksK_2(sa); \\
 M_{21} &= \rho_f \omega^2 I_1(fa); \\
 M_{22} &= \rho(2k^2\beta^2 - \omega^2)K_1(pa) + 2pp\beta^2 K_2(pa)/a; \\
 M_{23} &= -2\rho s\beta^2 K_2(sa)/a; \\
 M_{24} &= 2ik\rho\beta^2 s^2 K_1(sa) + 2iksp\beta^2 K_2(sa)/a; \\
 M_{31} &= 0; M_{32} = 2pp\beta^2 K_2(pa); \\
 M_{33} &= -s\rho\beta^2 [sK_1(sa) + 2K_2(sa)/a]; \\
 M_{34} &= 2iksp\beta^2 K_2(sa)/a; M_{41} = 0; \\
 M_{42} &= 2ik\rho\beta^2 [K_1(pa)/a - pK_2(pa)]; \\
 M_{43} &= ik\rho\beta^2 K_1(sa)/a; \\
 M_{44} &= -(k^2 + s^2)\rho\beta^2 [K_1(sa)/a - sK_2(sa)]; \\
 u_f^d &= f/(\rho_f \omega^2) (K_1(fa)/a - fK_2(fa)); \\
 \sigma_{rrf}^d &= -fK_1(fa);
 \end{aligned}$$

$$f = (k^2 - k_f^2)^{1/2}; p = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^{1/2}; s = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2}\right)^{1/2}.$$

式中,  $I_n$ 、 $K_n$  ( $n = 0, 1, 2$ ) 分别为  $n$  阶第一和第二类修正贝塞尔函数;  $a$  为井孔半径;  $k$  为轴向波数;  $f$  为井中流体声波的径向波数;  $p$  为地层纵波的径向波数;  $s$  为地层横波的径向波数;  $\rho_f$  为流体密度;  $\rho$  为地层密度;  $\omega$  为圆频率;  $\alpha$  为地层纵波速度;  $\beta$  为地层横波速度。

对于耦合良好的套管井, 套管与水泥环, 及水泥环与地层之间的声场由汤姆森-哈斯克传播矩阵  $\mathbf{T}$  连接。假定井壁和地层之间有  $N - 1$  圆柱层, 第  $j$  层内的传播矩阵  $g_j$  由该层在内半径  $d_i$  下的  $\mathbf{T}(j, d_i)$  矩阵和外半径  $d_o$  下的  $\mathbf{T}(j, d_o)$  矩阵的逆矩阵相乘得到, 即,  $g_j = \mathbf{T}(j, d_i) \cdot \mathbf{T}^{-1}(j, d_o)$ 。所有层内  $\mathbf{g}$  矩阵与地层中的  $\mathbf{T}(N, d_{fm})$  矩阵的乘积记为  $\mathbf{G} = \left[ \left( \prod_{j=1}^{N-1} g_j \mathbf{T}(N, d_{fm}) \right) \right]$ 。根据矩阵  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{M}$  的推导, 可以得到地层中 SH 和 SV 横波的振幅系数  $E$  和  $F$ , 由下面矩阵方程<sup>[9]</sup> 确定:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & G_{12} & G_{14} & G_{16} \\ M_{21} & G_{42} & G_{44} & G_{46} \\ M_{31} & G_{52} & G_{54} & G_{56} \\ M_{41} & G_{62} & G_{64} & G_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ E \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_f^d \\ \sigma_{rrf}^d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式(5) 中的矩阵元素  $M_{ij}$  以及方程右边的各变量与方程(4) 相同,  $\mathbf{G}$  矩阵的元素  $G_{ij}$  可以由不同层内的

$\mathbf{T}$  矩阵求出,  $\mathbf{T}$  矩阵的元素表达式如下:

$$\begin{aligned}
 T_{11} &= 1/dI_1(pd) + pI_2(pd); \\
 T_{12} &= 1/dK_1(pd) - pK_2(pd); \\
 T_{13} &= 1/dI_1(sd); T_{14} = 1/dK_1(sd); \\
 T_{15} &= ik(1/dI_1(sd) + sI_2(sd)); \\
 T_{16} &= ik(1/dK_1(sd) - sK_2(sd)); \\
 T_{21} &= -1/dI_1(pd); T_{22} = -1/dK_1(pd); \\
 T_{23} &= -1/dI_1(sd) - sI_2(sd); \\
 T_{24} &= -1/dK_1(sd) + sK_2(sd); \\
 T_{25} &= -ik/dI_1(sd); T_{26} = -ik/dK_1(sd); \\
 T_{31} &= ikI_1(pd); T_{32} = ikK_1(pd); \\
 T_{33} &= 0; T_{34} = 0; T_{35} = -s^2 I_1(sd); T_{36} = -s^2 K_1(sd); \\
 T_{41} &= \rho(2k^2\beta^2 - \omega^2)I_1(pd) - 2pp\beta^2/dI_2(pd); \\
 T_{42} &= \rho(2k^2\beta^2 - \omega^2)K_1(pd) + 2pp\beta^2/dK_2(pd); \\
 T_{43} &= 2s\rho\beta^2/dI_2(sd); T_{44} = -2sp\beta^2/dK_2(sd); \\
 T_{45} &= \rho 2ik\beta^2 (s^2 I_1(sd) - s/dI_2(sd)); \\
 T_{46} &= \rho 2ik\beta^2 (s^2 K_1(sd) - s/dK_2(sd)); \\
 T_{51} &= -2pp\beta^2/dI_2(pd); T_{52} = 2pp\beta^2/dK_2(pd); \\
 T_{53} &= -\rho\beta^2 (s^2 I_1(sd) - 2s/dI_2(sd)); \\
 T_{54} &= -\rho\beta^2 (s^2 K_1(sd) + 2s/dK_2(sd)); \\
 T_{55} &= -2ik\rho\beta^2 s/dI_2(sd); T_{56} = 2ik\rho\beta^2 s/dK_2(sd); \\
 T_{61} &= 2\rho\beta^2 [ikI_1(pd)/d + ikpI_2(pd)]; \\
 T_{62} &= 2\rho\beta^2 [ikK_1(pd)/d + ikpK_2(pd)]; \\
 T_{63} &= ik\rho\beta^2/dI_1(sd); T_{64} = ik\rho\beta^2/dK_1(sd); \\
 T_{65} &= (k^2 + s^2)\rho\beta^2 [-sI_2(sd) - I_1(sd)/d]; \\
 T_{66} &= (k^2 + s^2)\rho\beta^2 [sK_2(sd) - K_1(sd)/d].
 \end{aligned}$$

其中,  $d$  为同心圆柱某一层介质的半径 ( $d = d_i$  或  $d = d_o$ )。

通过求解式(4) 和(5) 得到振幅系数  $E$  和  $F$ , 再代入式(3), 用实轴积分的离散波数法<sup>[10-11]</sup> 求解势函数, 解出后代入式(2) 便可得到分别在  $\varphi$  和  $\theta$  方向偏振的 SH 型与 SV 型横波位移谱。对于给定的源函数  $S(\omega)$ , 将位移谱函数作傅里叶变换, 便可得到空间任一点  $(r, z, \theta)$  上辐射的 SH 和 SV 波形。该计算过程与 Meredith<sup>[11]</sup> 对单极辐射的计算过程相似。

对远探测而言, 井中声源辐射的声波深入到地层内部, 与地层中的反射体作用产生反射。在辐射距离远大于波长的条件下, 可以用最速下降法<sup>[12]</sup> 求解式(3), 得到横波位移势的远场渐近解<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \chi \sim \cos\varphi E(\omega, k_0) \frac{\exp(i\omega R/\beta)}{4\pi R} S(\omega), \\ \Gamma \sim \sin\varphi F(\omega, k_0) \frac{\exp(i\omega R/\beta)}{4\pi R} S(\omega). \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $k_0 = \frac{\omega \cos \theta}{\beta}$  为横波波数的最速下降解。将式(6)代入式(2), 在忽略  $O(1/R^2)$  的条件下, 得到SH和SV波的远场位移谱的表达式:

$$\begin{cases} u_\phi \sim [-i\rho\beta\omega E(\omega, k_0) \sin \theta \cos \varphi] \frac{\exp(i\omega R/\beta)}{4\pi\mu R} S(\omega), \\ u_\theta \sim [\rho\omega^2 F(\omega, k_0) \sin \theta \sin \varphi] \frac{\exp(i\omega R/\beta)}{4\pi\mu R} S(\omega). \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\rho$  和  $\mu$  分别为地层的密度和剪切模量。式(7)中括号里的表达式为无量纲组合, 它们分别定义了SH和SV横波的远场辐射指向性:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{SH}(\omega; \theta, \varphi) = -i\rho\beta\omega E(\omega, k_0) \sin \theta \cos \varphi, \\ \mathcal{R}_{SV}(\omega; \theta, \varphi) = \rho\omega^2 F(\omega, k_0) \sin \theta \sin \varphi. \end{cases} \quad (8)$$

令  $k = k_0$ , 求解矩阵方程(4)和(5), 得到裸眼井(方程(4))与套管井(方程(5))条件下SH及SV横波的振幅系数  $E$  和  $F$ , 由此便得到任意频率下SH和SV波的偶极辐射指向性。值得一提的是, 在波长远大于井径的低频条件下, Tang和Patterson<sup>[1]</sup>得到了

式(7)在裸眼井条件下的解析表达式。该结果与无限大弹性介质中单力源的横波辐射相同, 说明在低频条件下井中偶极辐射与井无关。但当频率增加, 波长变短时, 井中声源的辐射会受到井的调制作用, 而这种调制在裸眼井和套管井的情况是不一样的。

采用辐射声场的远场渐近解式(6), 将渐近解的结果与实轴积分法的精确解结果进行比较, 以验证其精确性。计算采用的源函数为3 kHz的Kelly源<sup>[7]</sup>, 偶极声源位于  $z = 0$  的平面; 接收阵列距井5 m, 沿  $z$  轴上方延伸, 接收间距为1 m, 模拟参数见表1。以SH横波为例, 图2(a)和图2(b)分别是在裸眼井与套管井条件下, 利用渐近解与精确解计算的SH反射波波形, 两者几乎完全重合, 证明了渐近解的精确性, 同时还说明偶极声源辐射的远场横波是几何扩散因子为  $1/R$  的球面波。图3给出了裸眼井与套管井下的远场辐射指向性。

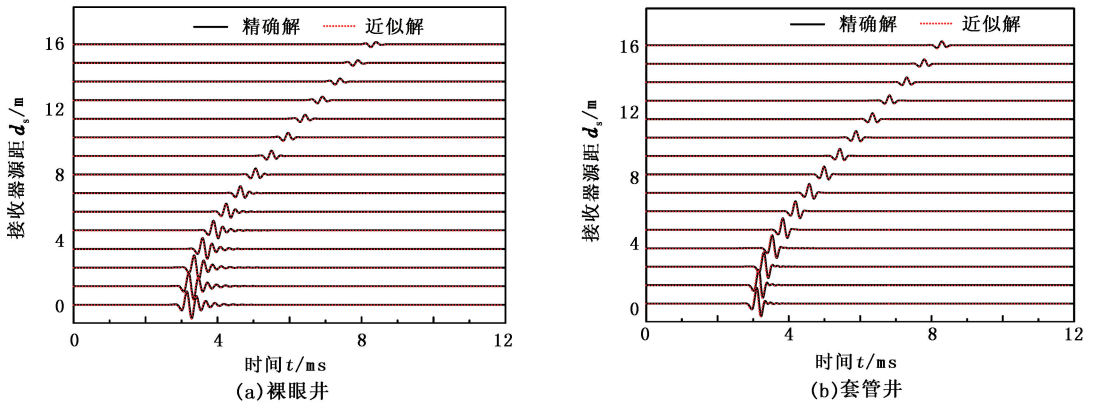


图2 裸眼井与套管井中由精确解和远场渐近解计算的SH波的对比

Fig.2 Comparison of SH waves calculated using exact and asymptotic solution methods in an open hole and a cased hole

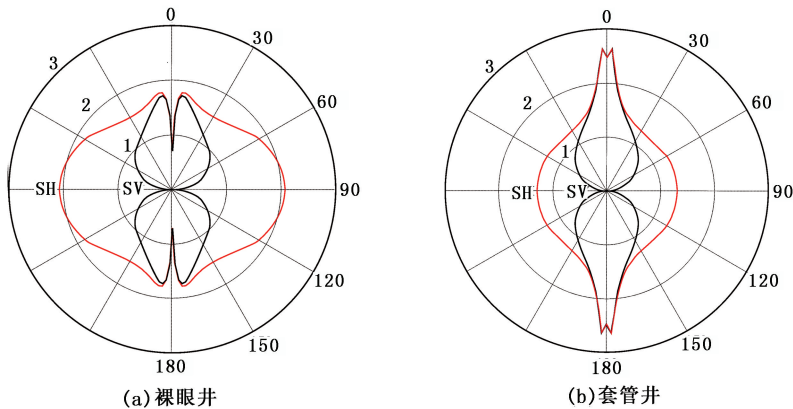


图3 裸眼井和套管井中SH和SV波的辐射指向性对比

Fig.3 Comparison of SH-and SV-wave radiation patterns in an open hole and a cased hole

辐射指向性因子由式(8)取模得到, 指向角的变化范围为  $0 \sim 360^\circ$ 。计算SH指向性时, 取  $\varphi = 0^\circ$ ,

场点位于  $yo_z$  平面内;计算 SV 指向性时,取  $\varphi = 90^\circ$ ,场点位于  $xo_z$  平面内。在这两个参考平面之外的 SH 和 SV 的辐射指向性则分别以  $\cos \varphi$  和  $\sin \varphi$  的形式呈规律性的变化,如式(8)所示。因此,只考虑这两个参考平面中的 SH 或 SV 的辐射指向性。由于套管和水泥环的存在,套管井对声场辐射的调制作用不同于裸眼井,图 3 所示的裸眼井与套管井下的远场辐射指向性之间的差异说明了这一点。由图可见,相对于裸眼井,套管井的偶极声场辐射在垂直于井轴方向大为压缩。

### 3 井中偶极探测器对入射弹性波的接收响应

为了模拟充液体井中接收到的远探测声场,还须知道式(1)中井的接收响应  $C_R$ 。 $C_R$  的定义是:对(入射角度和波长一定的)弹性平面波入射,井中接收器测量到的流体位移。 $C_R$  反映了接收信号随入射角的变化,称为接收因子。Schoenberg(1986)和 Peng(1993)对此问题作了详尽的理论分析<sup>[13-14]</sup>;分析井的响应函数的计算相当复杂。本文中根据井中声源辐射和声场接收的互易性,用计算辐射因子的方法来计算接收响应。

直井中水平放置的偶极子声源在井内流体中产生一水平向位移,而井中偶极接收器测量的是接收指向上入射波产生的水平位移<sup>[10,15]</sup>。对于这种偶极发射和接收的情形,弹性波的互易原理可以表述为:井中单位幅度的水平向位移沿某一方向辐射产生的井外远场横波位移等于沿同一方向向井入射的单位振幅的平面横波在井中原水平方向产生的位

移。根据以上互易原理,并对 SH 或 SV 波入射的响应函数  $C_R$  即为式(8)表示的 SH 或 SV 波的辐射因子。值得指出的是,上述结论对裸眼井和套管井的情况都是适用的,因为弹性波的互易性原理对均匀介质(对应于裸眼井外的均匀弹性地层)和非均匀介质(对应于套管井时的分层情况)都是成立的。下面用裸眼井的计算实例来证明井中声源辐射和声场接收的等同性。

图 4 比较了声源频率分别为 0.2 和 4.0 kHz 时声场接收(曲线)与声场辐射(标识符)因子。计算所用的是表 1 所列的裸眼井的模型参数。辐射指向因子由式(8)取模得到。计算 SH 波因子时,取  $\varphi = 0$ ,使入射波的偏振与声源指向平行;计算 SV 波因子时,取  $\varphi = \pi/2$ ,使入射波的偏振与声源指向共面。接收因子由 Peng(1993)的公式计算得到(也可以参考 Schoenberg(1986)的公式)<sup>[13-14]</sup>。计算结果表明:井中声源辐射与声场接收的等效性在由低到高的不同频率都是成立的。图 4 中 SH 与 SV 的辐射图样(标识符)和相应的接收图样(曲线)吻合得相当好。除证明了辐射和接收的互易性外,这些方向因子图样还表明了井对声源辐射/声场接收的频率调制作用。低频时,方向因子几乎不受井的影响,且与无限大介质中单力源的辐射因子<sup>[1]</sup>相同。但是,随着频率增加,波长相对于井径的比例缩小,井对声场的辐射和接收的调制作用变得十分明显。如图 4(b)所示,SH 和 SV 方向因子的幅度向水平方向明显增强。图 4(b)表明,要真实地模拟数千赫兹工作频率声源产生的远探测声场,必须考虑井对声场辐射和接收的调制作用。

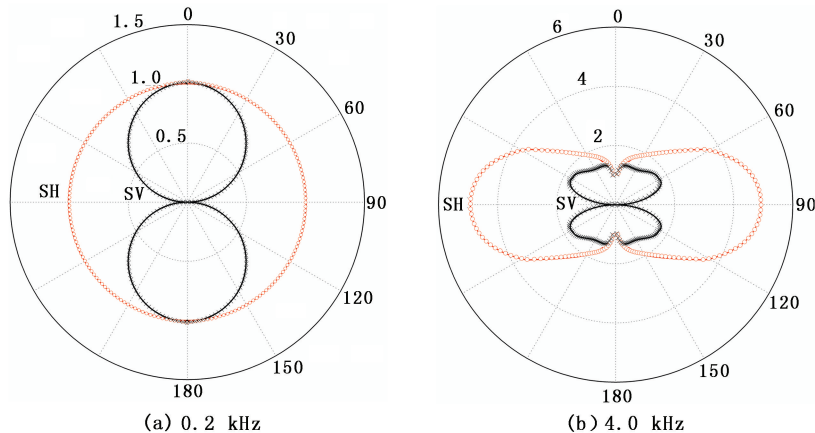


图 4 声场辐射指向因子与接收响应的对比

Fig. 4 Comparison of SH and SV radiation and reception patterns

### 4 应用举例

运用偶极声场的远场渐近解和声场辐射与接收的等效性,便可以用式(1)快捷、有效地模拟偶极横波的远探测声场。图5给出了位于井旁地层中的一个简单反射体模型。其中,偶极声源位于井中 $T$ 处,偶极接收器 $R$ 位于声源上方距离 $H$ 处,指向与声源相同。反射体为一倾斜的地层界面,界面两边的弹性参数由表1给出,接收器到界面与井交接处的距离为 $Z$ ,界面与井的交角为 $\theta$ 。对于图6所示的模型,计算式(1)所需的几何参数<sup>[16]</sup>由下式得出:

$$\begin{cases} \theta_i = \frac{\pi}{2} - \theta - \psi, \\ \theta_r = \frac{\pi}{2} - \theta + \psi, \\ \psi = \text{atan}\left(\frac{H}{(2Z + H)\tan\theta}\right), \\ D = \sqrt{H^2 + 4Z(Z + H)\sin^2\theta}. \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\psi$ 为波对反射界面的入射(或反射)角; $\theta_i$ 为波从井中的出射角; $\theta_r$ 为经反射后波向井的入射角。

对图5所示的同一几何模型,式(1)可以用来模拟SH和SV的远探测声场。一般而言,测井时偶极声源的指向是可以任意的,这时接收到的远探测声场是SH和SV波的线性组合<sup>[1]</sup>。所以,这里只考虑SH和SV波的模拟计算。运用式(8)中的SH和SV波的辐射因子和辐射与接收的等效性,得到SH波和SV波的辐射与接收因子。

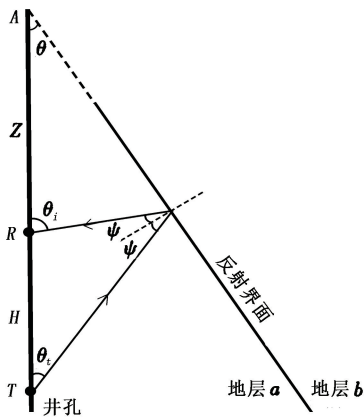


图5 模拟井中在井中测量井外地层界面反射声场的几何模型

Fig.5 Geometric model for simulating a borehole reflection survey with a formation reflector outside borehole

SH波:

$$\begin{aligned} D_R &= \mathcal{R}_{SH}(\omega; \theta_i, 0), \\ C_R &= \mathcal{R}_{SH}(\omega; \theta_i, 0); \end{aligned} \quad (10)$$

SV波:

$$\begin{aligned} D_R &= \mathcal{R}_{SV}(\omega; \theta_i, \pi/2), \\ C_R &= \mathcal{R}_{SV}(\omega; \theta_i, \pi/2). \end{aligned} \quad (11)$$

式(1)中SH和SV波在反射体处的反射系数 $F_R$ 可以用Zoeppritz公式<sup>[12]</sup>计算得到。将计算结果与声源函数 $S(\omega)$ 褶积,得到井中SH和SV远探测声场的波谱,对该波谱做傅里叶变换,便可得到声场的模拟波形数据。

为了验证上述理论和方法的可靠性与精确性,将模拟结果与三维有限差分的精确模拟结果进行比较。图6是在裸眼井的情况下,对图5的反射体模型分别采用本文方法(红色)和三维有限差分(黑色)方法模拟的SH反射波的对比。声源的中心频率为3 kHz。差分方法是全波模拟方法,其结果包括了首先到达的钻井弯曲波和后续的SH反射波;而式(1)的方法只模拟了全波中的反射波部分。为了使对比结果更加清晰,图6仅显示了5~12 ms内,接收距离为0.8~4 m的反射波波形。两方法的结果吻合得相当好,表明本文所述模拟方法是正确和有效的。然而,这两种方法的计算效率差别巨大,利用三维有限差分模拟图6中的反射波需要耗费数小时,而本文方法耗时仅数秒。因此,本文所述理论为模拟横波远探测的反射波数据提供了一种快速有效的方法。

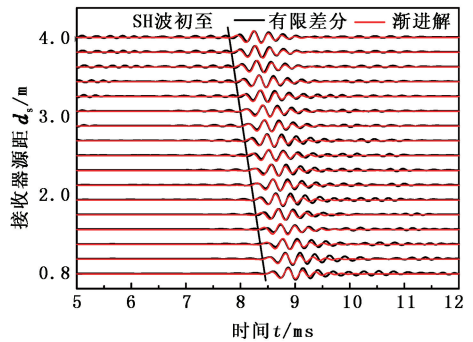


图6 用有限差分方法和快速模拟方法计算的SH反射波的结果对比

Fig.6 Comparison of SH reflection data calculation finite difference and the fast simulation

为了研究SH和SV型横波的远探测声场,对图5的反射体模型还模拟了SV波的远探测测井数据,与图6的SH波形重叠在一起进行比较,如图7所示。模拟过程所用的声源是一样的,但图7中显示二者在井中的接收波形振幅有很大的差别,这从井对声场辐射和接收的调制作用可以得到很好的解释。根据图2~4所示的SH和SV波的辐射因子图

样(同时又是接收因子图样),在辐射角偏离井轴情况下的 SH 图样的幅度要比 SV 图样的大许多,而远探测声场在辐射和接收过程中要受到两次这样的调制,这就使得 SV 的波幅比 SH 的大为降低。由于其对辐射方向的良好覆盖性和对远探测声场的主要贡献,SH 波构成了偶极横波远探测测井的重要依据。这一结果为横波远探测测井数据的处理和解释提供了理论基础。

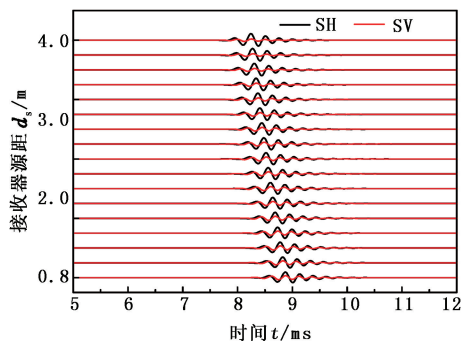


图 7 模拟计算的 SH 和 SV 反射波的阵列波形数据

Fig. 7 Calculated SH and SV reflection waves for an array of receivers along borehole

作为本文理论和方法的一个重要应用,本文模拟了套管井中的远探测测井数据。图 8 右图给出了过井的多反射界面模型,井段深度区间约为 100 m;模型中部有三个虚线绘出的反射界面。自上而下,反射界面与井轴的交角分别为  $60^\circ$ 、 $30^\circ$  和  $45^\circ$ ;间距分别为 10 和 15 m。对此模型模拟由偶极阵列测井仪采集的 SH 横波的远探测全波数据。阵列中有 8 个间距为 0.1524 m 的接收器,偶极声源位于阵列下方 3 m 处。测井声场的深度和时间采样间隔分别为 0.1524 m 和 36  $\mu\text{s}$ 。模拟的声源的中心频率为 3 kHz,地层为无衰减 ( $Q_\beta = \infty$ ) 的弹性介质。所用的套管、水泥环和地层的参数见表 1。

图 8 的左图是模拟得到第一接收器上的远探测测井数据的变密度图。其中,变密度图颜色的深浅反映了波幅的强弱。从图中看到,井中弯曲波的幅度远远大于来自井外地层界面的反射波的幅度;另外,随着记录时间(即波在地层中的双程传播时间)的增加,反射波波幅逐渐减小;但波幅的变化除式(1)所示的球面波扩散外,还受井孔的调制。对不同倾角的反射界面,波辐射的出射角以及反射后回井的入射角有所不同,故井对波调制作用的大小也不同。对左图的数据进行反射波成像处理,成像结果由右图的变密度图给出。地层反射界面与模型中

界面位置完全吻合;界面与井的交角越小,成像的径向深度越深,符合单井反射的成像原理<sup>[17]</sup>,说明模拟结果的正确有效。图 8 的例子从理论上证明了在套管井中的远探测成像测井的可行性,这在实际测井数据处理中也得到了证实<sup>[2]</sup>。

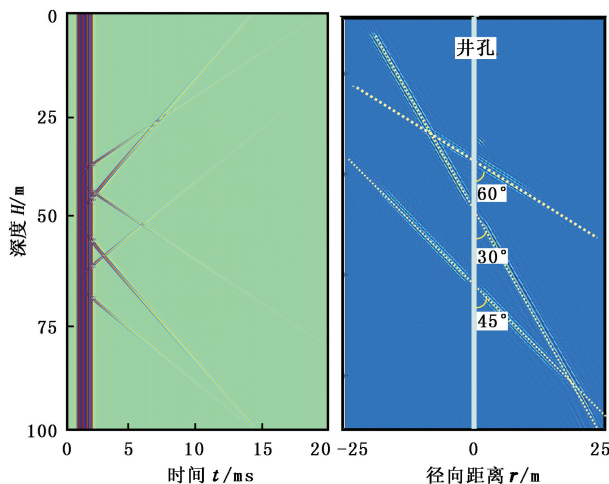


图 8 对过井多反射界面模型模拟的套管井 SH 横波远探测数据以及由该数据处理得到的反射界面成像

Fig. 8 Multiple reflector model, calculated SH full wave data in borehole, and resulting reflector images

## 5 结束语

对裸眼和套管井中的偶极远探测声场模拟需要考虑在声源的工作频带内井对声场辐射和接收的调制作用。辐射因子的计算可以采用远场渐近解,这在辐射距离大于波长的条件下足够精确。声场的接收响应可以利用声场辐射和接收的互易原理从辐射场计算得到。对充液井中与井轴垂直指向的偶极接收器,其 SH 和 SV 横波的接收响应可以分别由 SH 和 SV 横波的辐射因子计算得到。远场渐近解和互易原理的运用提供了一种快速而精确的计算偶极横波远探测声场的方法,可以用来便捷有效地模拟和分析井和地层参数对声场的影响。模拟结果表明:偶极横波远探测声场中 SH 波的贡献占了主要的成分,为远探测数据的处理和解释提供了理论依据。对套管井远探测测井数据的模拟和成像处理证明了该技术应用于套管井中的可行性。

## 参考文献:

- [1] TANG X M, PATTERSON D. Single-well S-wave imaging using multi-component dipole acoustic log data[J]. Geophysics, 2009, 74(6):211-223.
- [2] BRADLEY T, PATTERSON D, TANG X M. Applying a

- through-casing acoustic imaging technique to identify gas migration paths in a salt body[J]. *EAGE*, 2011, 29(7): 75-84.
- [3] WEI Z T, TANG X M. Numerical simulation of radiation, reflection, and reception of elastic waves from a borehole dipole source[J]. *Geophysics*, 2012, 77(6): D253-D261.
- [4] 唐晓明, 魏周拓. 利用井中偶极声源远场辐射特性的远探测测井[J]. *地球物理学报*, 2012, 55(8): 2798-2807.  
TANG Xiao-ming, WEI Zhou-tuo. Single-well acoustic reflection imaging using far-field radiation characteristics of a borehole dipole source [J]. *Chinese J Geophys*, 2012, 55(8): 2798-2807.
- [5] 唐晓明, 魏周拓. 声波测井技术的重要进展: 偶极横波远探测测井[J]. *应用声学*, 2012, 31(1): 10-17.  
TANG Xiao-ming, WEI Zhou-tuo. Significant progress of acoustic logging technology: remote acoustic reflection imaging of a dipole acoustic system[J]. *Applied Acoustics*, 2012, 31(1): 10-17.
- [6] 魏周拓. 反射声波测井数值与物理模拟研究[D]. 青岛: 中国石油大学地球科学与技术学院, 2011.  
WEI Zhou-tuo. Research on single-well acoustic imaging by using numerical modeling and experimental measurement[D]. Qingdao: School of Geosciences, China University of Petroleum, 2011.
- [7] CHENG N, CHENG C H, TOKSÖZ M N. Borehole wave propagation in three dimensions [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, 97: 3483-3493.
- [8] WHITE J E. Use of reciprocity theorem for computation of low-frequency radiation patterns [J]. *Geophysics*, 1960, 25: 613-624.
- [9] 唐晓明, 郑传汉. 定量测井声学[M]. 北京: 石油工业出版社, 2004.
- [10] CHENG C H, Toksöz M N. Elastic wave propagation in a fluid-filled borehole and synthetic acoustic logs [J]. *Geophysics*, 1981, 46: 1042-1053.
- [11] MEREDITH J. Numerical and analytical modeling of downhole seismic sources; the near and far field [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1990.
- [12] AKI K, RICHARDS P. Quantitative seismology: theory and methods [M]. San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1980.
- [13] SCHOENBERG M. Fluid and solid motion in the neighborhood of a fluid-filled borehole due to the passage of a low-frequency elastic plane wave [J]. *Geophysics*, 1986, 51: 1191-1205.
- [14] PENG C. Borehole effects on downhole seismic measurements [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- [15] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.
- [16] TANG X M, GLASSMAN H, PATTERSON D. Single-well imaging in anisotropic formations [J]. *Geophysics*, 2008, 73(4): D11-D16.
- [17] TANG X M, ZHENG Y, PATTERSON D. Processing array acoustic-logging data to image near-borehole geologic structures [J]. *Geophysics*, 2007, 72(2): E87-E97.

(编辑 修荣荣)