

# 基于模拟有限差分法的离散裂缝模型两相流动模拟

黄朝琴, 高博, 王月英, 严侠, 姚军

(中国石油大学石油工程学院, 山东青岛 266580)

**摘要:**模拟有限差分作为一种新型数值计算方法,因其良好的局部守恒性和对复杂网格系统的适用性,在计算流体力学和油藏数值模拟中得到应用。将模拟有限差分方法进一步应用于离散裂缝流动模拟中,对模拟有限差分法的基本原理进行详细阐述,建立相应的离散裂缝数值计算格式,并采用IMPES方法对其两相流问题进行求解,并与实验结果对比。对比结果验证了新方法和程序的正确性,通过复杂离散裂缝算例进一步验证了方法的正确性和程序的鲁棒性。

**关键词:**裂缝性介质;模拟有限差分;离散裂缝模型;数值模拟;两相渗流

**中图分类号:**TE 319; TV 139.14 **文献标志码:**A

**引用格式:**黄朝琴,高博,王月英,等.基于模拟有限差分法的离散裂缝模型两相流动模拟[J].中国石油大学学报:自然科学版,2014,38(6):97-105.

HUANG Zhaoqin, GAO Bo, WANG Yueying, et al. Two-phase flow simulation of discrete fracture model using a novel mimetic finite difference method[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2014, 38(6): 97-105.

## Two-phase flow simulation of discrete fracture model using a novel mimetic finite difference method

HUANG Zhaoqin, GAO Bo, WANG Yueying, YAN Xia, YAO Jun

(School of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

**Abstract:** The mimetic finite difference (MFD) method, as a novel numerical method, has been successfully applied to CFD and reservoir simulation due to its local conservativeness and applicability of complex grids. It was applied to the numerical simulation of discrete fracture model. The principle of the MFD method was described in details, and the corresponding numerical formula of the discrete fracture model was developed. An IMPES scheme was used for the solution of a two-phase flow simulation, and several case studies were conducted to show the efficiency and robustness of the proposed numerical model.

**Key words:** fractured porous media; mimetic finite difference method; discrete fracture model; numerical simulation; two-phase flow in porous media

裂缝作为最小的地质构造广泛存在于地壳中,其尺度从微米级裂缝到千米级大断层,可跨越多个数量级。裂缝既可作为高导流通道,也可成为流动屏障。裂缝性介质流动传输问题一直是石油工业、岩石水力学以及核废料处理工程等研究领域的热点和难点<sup>[1]</sup>。目前,主要有双重介质、等效连续介质和离散裂缝模型3种流动数学模型。双重介质模型

由Barrenblatt等<sup>[2]</sup>最早提出,由Warren和Root、Kazami等<sup>[3-4]</sup>进一步发展。该模型认为裂缝性介质中存在裂缝和基岩两个平行的渗流系统,裂缝系统为流动通道,基岩系统为储集空间。该模型刻画出了裂缝优先渗流的特点。随后,Pruess和Wu等<sup>[5-6]</sup>在双重介质模型基础上,对基岩系统进行网格细分,提出了MINC(Multiple Interaction Continua)模型,有效

收稿日期:2014-03-31

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2011CB201004);国家自然科学基金项目(51234007,11102237);国家重大科技专项(2011ZX05014-005-003HZ);中央高校基本科研业务费专项(13CX05007A,14CX02042A,13CX05017A)

作者简介:黄朝琴(1981-),男,讲师,博士,研究方向为复杂介质渗流理论及数值模拟。E-mail:huangzhaoqin@upc.edu.cn。

地提高了计算精度和适用性<sup>[5-6]</sup>,然而双重介质模型中窜流函数的确定仍存在较大困难,尤其是对于两相和多相流问题<sup>[7-8]</sup>。与双重介质模型不同,等效连续介质模型将介质视为一个连续性系统,通过等效参数来表征其非均质性;该模型计算效率高、参数需求简单,在岩石水力学中得到了长足发展<sup>[9]</sup>。目前,对该模型的研究大都仍局限于单相流,对于两相或多相流问题,如何获取相应的等效参数,尚未有成熟的理论和方法<sup>[10-11]</sup>。离散裂缝模型对介质中的每条裂缝予以显示表征,具有计算精度高、拟真性好的优点,但计算量大。笔者将离散裂缝网络模型视为离散裂缝模型的一种,即忽略基岩渗透性<sup>[12]</sup>。近年来,随着计算机技术的飞速发展,基于该模型的精细流动模拟已成为可能;同时,该模型可用于求解双重介质和等效连续介质模型的相关参数<sup>[7,13-14]</sup>。现有的离散裂缝流动数值计算方法主要有有限体积法和有限元法两类。前者在裂缝交叉处须进行简化和等效处理,导致在大规模计算时计算精度降低<sup>[15-17]</sup>;后者则在守恒型计算格式构造和计算稳定性方面存在一定缺陷<sup>[18-22]</sup>。模拟有限差分法(Mimetic Finite Difference, MFD)作为一种新型数值计算方法,因其良好的局部守恒性和对复杂网格的适用性,在计算流体力学、电磁场和油藏数值模拟等研究中得到了成功应用<sup>[23-25]</sup>。笔者将该方法进一步推广至离散裂缝模型流动数值模拟研究中,详细阐述模拟有限差分方法的基本原理,建立相应的离散裂缝数值计算格式,并采用IMPES方法对其两相流问题进行求解,最后通过算例验证方法的正确性和程序的鲁棒性。

## 1 两相渗流数学模型

为简单起见,本文中仅考虑不可压缩油水两相渗流问题。采用经典的分流量数学模型,其中压力方程为

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K} \lambda \cdot \nabla (\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \mathbf{G}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = q. \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_o; \quad \lambda = \lambda_w + \lambda_o, \quad \lambda_l = k_{rl} / \mu_l \quad (l = w, o), \quad \mathbf{G} = -g \nabla z, \quad q = q_w + q_o.$$

式中, $\mathbf{v}$ 为渗流总速度; $\mathbf{K}$ 为渗透率张量; $\lambda$ 为总流量系数,并定义分流函数 $f_l = \lambda_l / \lambda$ ; $\rho_l$ 为两相流体的密度; $g$ 为重力加速度; $z$ 为油藏深度(向上为正)。

定义全局压力 $p$ 为

$$p - p_o = p_c = \int_1^{S_w} f_w(\xi) \frac{\partial p_c}{\partial S_w}(\xi) d\xi. \quad (2)$$

式中, $p_c$ 为毛管力; $S_w$ 为水相饱和度。

相应的水相饱和度方程为

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_w = q_w, \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_w = f_w [v + \mathbf{K} \lambda_o \cdot \nabla p_c + \mathbf{K} \lambda_o (\rho_w - \rho_o) \mathbf{G}]. \quad (4)$$

式中, $\varphi$ 为孔隙度。假设基岩和裂缝中的流动均满足Darcy定律,因此,上述方程在整个裂缝性介质区域上均适用。

本文中采用IMPES(Implicit Pressure and Explicit Saturation Scheme)方案顺序求解方程(1)和(3)。其中,压力方程(1)采用模拟有限差分法进行求解,饱和度方程(3)则采用有限体积法进行显示求解。

为适应离散裂缝模型的复杂几何形状,采用非结构化网格剖分技术对研究区域进行离散,如图1所示。由于裂缝开度较小,对裂缝予以降维处理,即在二维问题中裂缝简化为裂缝线元,三维问题中则简化为裂缝面元。通过降维处理,能够大大减少网格数量,提高计算效率,而裂缝开度仅需在具体的数值计算中考虑。

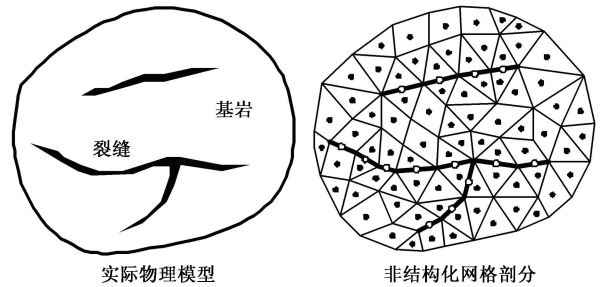


图1 离散裂缝模型及其非结构化网格剖分示意图

Fig.1 Schematic of discrete fractured porous medium and its unstructured meshing

## 2 压力方程求解

### 2.1 模拟有限差分方法

假设研究区域 $\Omega \in R^d$ 被一组互不重叠的多边形( $d=2$ )或多面体( $d=3$ )网格 $\Omega_h = \{\Omega_i\}$ 剖分。如图2所示,取任意单元 $\Omega_i$ 进行分析,其中 $\Omega_j$ 为其相邻单元,交界面 $A_k = \Omega_i \cap \Omega_j$ , $\mathbf{n}_k = |A_k| \hat{\mathbf{n}}_k$ ,为交界面 $A_k$ 的面积加权法向量, $\hat{\mathbf{n}}_k$ 为其单位外法线向量。

首先,在单元中心点 $x_i$ 和交界面中心点 $x_k$ 上,分别定义单元压力 $p_i$ 和交界面压力 $\pi_k$ ,

$$p_i = \frac{1}{|\Omega_i|} \int_{\Omega_i} p d\Omega, \quad \pi_k = \frac{1}{|A_k|} \int_{A_k} p dA. \quad (5)$$

若考虑重力项,则上述压力的定义应视作流动势。由Darcy定律知边界面上的法向渗流速度 $\mathbf{v}$ 可写成:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{T}_i(\mathbf{e}_i p_i - \boldsymbol{\pi}_i). \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{v}_i = [v_1, \dots, v_m]^T, \mathbf{e}_i = [1, \dots, 1]^T.$$

式中,  $\mathbf{T}_i$  为传导矩阵;  $m$  为单元  $\Omega_i$  的边界面数。

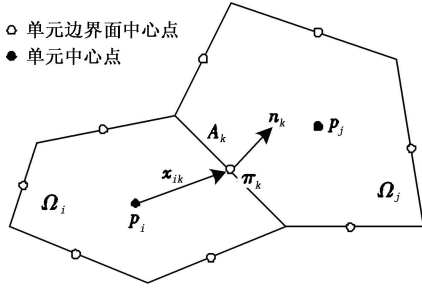


图 2 模拟有限差分网格单元分析示意图

Fig.2 Schematic of grid analysis of mimetic finite difference method

矩阵  $\mathbf{T}_i$  的构造是 MFD 方法的关键。假设压力在单元上呈线性变化,即  $p = \mathbf{a}\mathbf{x} + b$ ,则由 Darcy 定律可得

$$v_k = -\mu^{-1} |A_k| \hat{\mathbf{n}}_k \cdot \mathbf{K} \cdot \nabla p = -\mu^{-1} |A_k| \hat{\mathbf{n}}_k \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}. \quad (7)$$

结合方程(6)和(7),考虑到  $p_i - \pi_k = \mathbf{a}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k)$ ,可得

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{T}_i \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_i \\ \vdots \\ \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_i \end{bmatrix} \cdot \mathbf{a} = \mu^{-1} \begin{bmatrix} |A_1| \hat{\mathbf{n}}_1 \\ \vdots \\ |A_k| \hat{\mathbf{n}}_k \\ \vdots \\ |A_m| \hat{\mathbf{n}}_m \end{bmatrix} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{T}_i \mathbf{X} = \mu^{-1} \mathbf{N} \mathbf{K}. \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 | \dots | \mathbf{X}_d], \mathbf{N} = [\mathbf{N}_1 | \dots | \mathbf{N}_d], \mathbf{N}^T \mathbf{X} = [Z_{ij}]_{d \times d}.$$

在此定义  $\mathbf{x}^{(i)}$  表示  $\mathbf{x}$  的第  $i$  维笛卡尔坐标,则有

$$Z_{ij} = \mathbf{N}^T \mathbf{X}_j = \sum_{k=1}^m |A_k| \hat{\mathbf{n}}_k^{(i)} (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i)^{(j)}. \quad (9)$$

注意到  $(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i) = \frac{1}{|A_k|} \int_{A_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) dA$ ,结合散度定理可得

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^m |A_k| \hat{\mathbf{e}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_k \frac{1}{|A_k|} \int_{A_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^{(j)} dA = \sum_{k=1}^m \hat{\mathbf{e}}_i \cdot \int_{A_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^{(j)} \hat{\mathbf{n}}_k dA = \hat{\mathbf{e}}_i \cdot \int_{\Omega_i} \nabla (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^{(j)} d\Omega = \hat{\mathbf{e}}_i \cdot \hat{\mathbf{e}}_j |\Omega_i| = \delta_{ij} |\Omega_i|. \quad (10)$$

即  $\mathbf{N}^T \mathbf{X} = |\Omega_i| \mathbf{E}_d$ ,其中  $\mathbf{E}_d$  为  $d$  阶单位矩阵,故通过

方程(8)求得传导矩阵  $\mathbf{T}_i$  为

$$\mathbf{T}_i = \frac{1}{\mu |\Omega_i|} \mathbf{N} \mathbf{K} \mathbf{N}^T + \mathbf{T}_2. \quad (11)$$

其中  $\mathbf{T}_2 \mathbf{X} = 0$ ,为保证  $\mathbf{T}_i$  矩阵逆的存在性,可应用 Brezzi-Lipnikov-Simoncini 定理<sup>[23]</sup>构造  $\mathbf{T}_2$  矩阵,表达式为

$$\mathbf{T}_i = \frac{1}{\mu |\Omega_i|} \left[ \mathbf{N} \mathbf{K} \mathbf{N}^T + \frac{6}{d} \text{trace}(\mathbf{K}) \mathbf{A} (\mathbf{E}_m - \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T) \mathbf{A} \right]. \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{A} = \text{diag}(|A_k|), \mathbf{Q} = \text{orth}(\mathbf{A} \mathbf{X}).$$

对于方程(1)中的连续性方程,直接在单元  $\Omega_i$  上积分,结合散度定理可得

$$\sum_{k=1}^m v_k^f = \int_{\Omega_i} q_i d\Omega. \quad (13)$$

考虑单元边界面上的速度连续条件,结合方程(6)和(13),可得到 MFD 数值计算格式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} & -\mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{C}^T & 0 & 0 \\ \mathbf{D}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{q} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_1^{-1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{T}_{N_e}^{-1} \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{e}_{N_e} \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{I}_{N_e} \end{pmatrix}, \mathbf{I}_i = \mathbf{E}_m.$$

式中,  $\mathbf{v} = [v_k]$  为单元边界面渗流速度列阵;  $\mathbf{p} = [p_i]$  为单元中心压力列阵;  $\boldsymbol{\pi} = [\pi_k]$  为单元边界面中心压力列阵;  $\mathbf{g} = [g_k]$  为重力作用项;  $\mathbf{q} = [q_i]$  为单元  $\Omega_i$  的源汇项;  $\mathbf{f} = [f_i]$  为流量边界条件,  $\mathbf{f} = 0$  表示不渗透边界;  $N_e$  为网格单元总数。

方程(14)的第一行对应于方程(1)中的 Darcy 定律,第二行对应于方程(1)中连续性方程,第三行则是单元边界面上的法向速度连续性条件。从上述推导过程可知:MFD 方法仅基于单个网格单元构造数值计算格式,具有良好的局部守恒性,这一点类似于混合有限元法<sup>[21]</sup>;对于复杂网格系统,混合有限元数值计算格式的构造存在困难,而 MFD 方法原则上适用于任意复杂网格,具有较大优势。

## 2.2 离散裂缝模型压力方程求解

裂缝和基岩中的流动均满足 Darcy 定律,考虑封闭外边界,则相应的方程(14)变为

$$\begin{bmatrix} B_m & -C_m & D_m \\ C_m^T & 0 & 0 \\ D_m^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_m \\ p_m \\ \pi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_m \\ q_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} B_f & -C_f & D_f \\ C_f^T & 0 & 0 \\ D_f^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_f \\ p_f \\ \pi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_f \\ q_f \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

式中,下标 m 和 f 分别表示基岩和裂缝。

本文中对裂缝进行了降维处理,因此方程(16)比方程(15)的空间维数低一维。MFD 离散裂缝数值计算格式的构造,关键在于基岩和裂缝压力方程的耦合。图3所示为裂缝—基岩混合网格示意图。

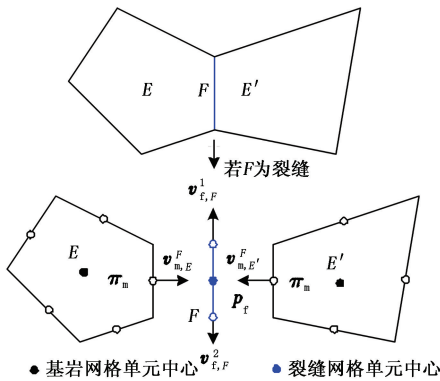


图3 裂缝—基岩耦合流动分析示意图

Fig. 3 Schematic of flow analysis between fracture cell and matrix cells

由于裂缝网格单元可视为基岩网格单元的边界面,裂缝单元压力  $p_f$  与相邻基岩单元的边界面压力  $\pi_m$  相等,因此在数值计算格式中仅需保留  $\pi_m$ 。对于方程(15)和(16)中的渗流速度项,按照下述条件,在裂缝单元  $F = E \cap E'$  上进行耦合。

(1) 若  $F$  为导流裂缝,则将裂缝单元与相邻基岩单元间总的流量交换记为  $Q_f^F$ 。对于裂缝单元,该流量可作为源汇项来处理,因此有

$$\begin{cases} v_{m,E}^F + v_{m,E'}^F = Q_f^F, \\ \sum_i v_{f,F}^i = Q_f^F + q_{f,F}. \end{cases} \quad (17)$$

方程(17)的第二行对应于裂缝单元的连续性方程。

(2) 若  $F$  为流动屏障,则按照不渗透边界进行处理。此时,方程(15)和(16)可通过方程(17)耦合起来形成相应的离散裂缝数值计算格式,

$$\begin{bmatrix} B_m & -C_m & D_m & 0 & 0 \\ C_m^T & 0 & 0 & -C_f^T & 0 \\ D_m^T & 0 & -C_f & B_f & D_f \\ 0 & 0 & 0 & D_m^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_m \\ p_m \\ \pi_m \\ v_f \\ \pi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_m \\ q_m \\ -q_f \\ g_f \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

### 3 饱和度方程求解

#### 3.1 有限体积法计算格式

本文中采用 IMPES 方法对方程(1)和(3)进行顺序求解。首先,应用方程(18)求解离散裂缝模型的压力方程(1),计算中,与饱和度相关的参数均取上一个时间步的数值;对于饱和度方程(3),则采用有限体积法进行求解,在单元上直接对方程(3)进行积分可得

$$\int_{\Omega} \varphi \frac{\partial S}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} (f_w(v + K\lambda_o \cdot \nabla p_c + K\lambda_o \cdot (\rho_w - \rho_o)G)) \cdot n_i d\Gamma = \int_{\Omega} q_w d\Omega \quad (19)$$

为书写方便,在此去掉了水相饱和度  $S_w$  的下标 w。对于时间维,应用  $\theta$  准则可得到下述有限体积数值离散格式:

$$\frac{\varphi_i}{\Delta t} (S_i^{n+1} - S_i^n) + \frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{k=1}^m (\theta F_k(S^{n+1}) + (1 - \theta) F_k(S^n)) = q_w(S_i^n). \quad (20)$$

其中

$$F_k(S) = \int_{A_k} [f_w(S)]_k (v \cdot \hat{n}_k + K\lambda_o \cdot \nabla p_{cow} \cdot \hat{n}_k + K\lambda_o \cdot (\rho_w - \rho_o)G \cdot \hat{n}_k) dA, \\ [f_w(S)]_k = \begin{cases} f_w(S_i), & v \cdot \hat{n}_k \geq 0, \\ f_w(S_j), & v \cdot \hat{n}_k < 0. \end{cases}$$

式中,上标  $n$  表示时间步。

对饱和度方程(20)进行显式求解,即  $\theta = 0$ 。为达到计算的稳定性,时间步长采用如下 CFL 条件,

$$\Delta t \leq \frac{\varphi_i |\Omega_i|}{v_i^{in} \max\{f'_w(S)\}_{0 \leq S \leq 1}}.$$

其中

$$v_i^{in} = \max(q_i, 0) - \sum_{A_k} \min(v_k, 0),$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial S} = \frac{\partial f_w}{\partial S^*} \frac{\partial S^*}{\partial S} = \frac{1}{1 - S_{wc} - S_{or}} \frac{\partial f_w}{\partial S^*}.$$

式中,  $S^*$  为归一化后的水相饱和度;  $S_{wc}$  为束缚水饱和度;  $S_{or}$  为残余油饱和度。

#### 3.2 裂缝交叉处饱和度计算

当两条或多条裂缝相交时,交叉处饱和度的计算是离散裂缝流动模拟的关键。目前主要有两种处理方式:一种是基于 Delta-Star 传导率计算的上游迎风格式<sup>[15]</sup>,该方法对交叉裂缝进行简化和等效处理;另一种则是上游迎风加权计算格式<sup>[20]</sup>,该方法计算精度高,但需获取交叉处各裂缝单元的真实渗流速度。本文中采用后者,如图4所示,假设有  $N_f$  个裂缝单元

$e_i$  相交于  $I$ , 每个裂缝单元相应的分流函数为  $f_{w,e_i}$ , 在交叉处的渗流速度为  $v_{f,e_i}$ ; 定义  $I$  处的流入和流出为

$$\begin{cases} v_{f,e_i} \leq 0, & 0 < i \leq N; \\ v_{f,e_i} > 0, & 0 < i < N_f. \end{cases} \quad (21)$$

由质量守恒定律可知

$$\sum_{i=N+1}^{N_f} v_{f,e_i} = - \sum_{i=1}^N v_{f,e_i}. \quad (22)$$

由上游迎风计算格式定义, 可得

$$\sum_{i=N+1}^{N_f} f_{w,i} v_{f,e_i} = - \sum_{i=1}^N f_{w,i} v_{f,e_i} = - f_{w,I} \sum_{i=1}^N v_{f,e_i}. \quad (23)$$

因此, 裂缝交叉处  $I$  的上游迎风加权分流函数为

$$f_{w,I} = - \frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} f_{w,i} v_{f,e_i}}{\sum_{i=1}^N v_{f,e_i}}. \quad (24)$$

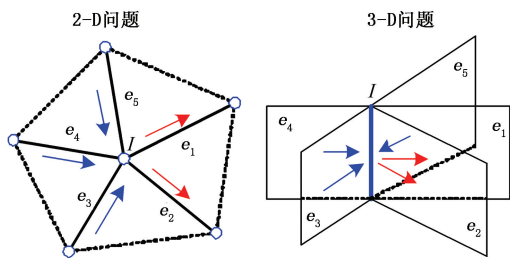


图 4 裂缝交叉处饱和度计算示意图

Fig. 4 Schematics of saturation analysis for intersecting fractures

### 4 数值算例

首先给出两个简单离散裂缝模型数值算例, 并通过与实验结果的对比验证方法和程序的正确性;

然后, 通过复杂离散裂缝模型算例进一步验证该方法的正确性和程序的鲁棒性。

#### 4.1 简单离散裂缝模型算例

考虑图 5、6 所示的一注一采物理模型, 其尺寸为  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 0.025 \text{ m}$ , 可视为平面流动问题。图 5 为单条裂缝模型, 图 6 为两条交叉裂缝模型, 均采用玻璃砂 ( $0.100 \sim 0.104 \text{ mm}$ ) 结合环氧树脂胶结压实而成, 然后由透明有机玻璃板封装。基岩可视为均质各向同性介质, 其孔隙度  $\varphi \approx 0.4$ , 渗透率  $k_m = 10 \mu\text{m}^2$ 。模型制作时, 裂缝由超薄钢片替代, 待模型胶结后抽离, 开度约为  $1 \text{ mm}$ , 渗透率  $k_f = a^2/12 = 8.33 \times 10^4 \mu\text{m}^2$ 。注水井的流量  $q_{in} = 0.01 V_p/\text{min}$ , 采出井与大气压相连, 其中  $V_p$  表示孔隙体积。水的黏度  $\mu_w = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ , 油的黏度  $\mu_o = 5 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ , 水的密度  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ , 油的密度  $\rho_o = 800 \text{ kg/m}^3$ 。

模型初始时刻饱和油, 束缚水饱和度和残余油饱和度均为零。基岩和裂缝的油相相对渗透率  $K_{ro} = 1 - S_w$ , 水相相对渗透率  $K_{rw} = S_w$ 。应用本文中方法对上述两个物理实验过程进行了数值模拟, 计算中忽略毛管力和重力的影响, 相应的 Delaunay 三角网格剖分和数值模拟结果如图 5 和 6 所示。通过与试验流动过程的对比可看到: 数值计算结果与实验结果基本一致, 从而验证了本文方法和程序的正确性。值得注意的是, 图 5 中实验结果沿左边界的上半部分出现了快速流动现象, 这是由于在模型制作时侧面的有机玻璃板和玻璃砂胶结模型并未达到完全密封造成的。

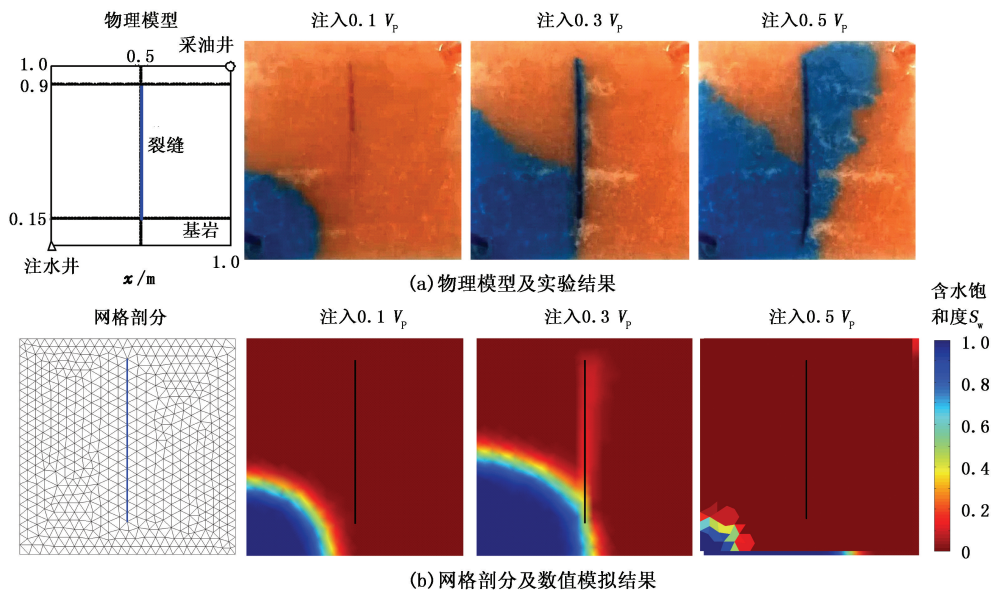


图 5 单裂缝模型及其含水饱和度结果的对比

Fig. 5 Single discrete fracture model and comparison of water saturation profiles between numerical results and experimental results

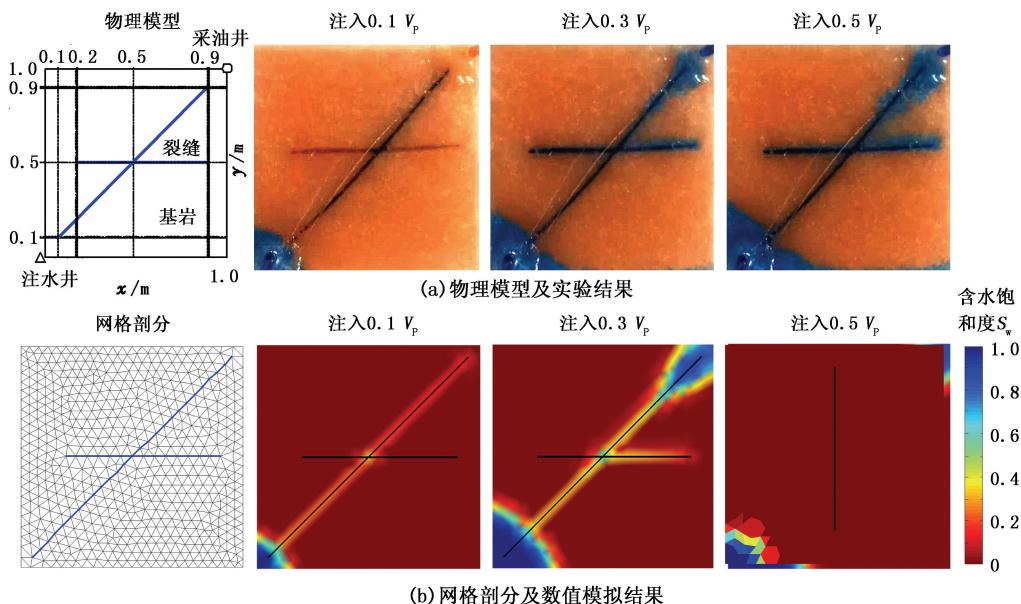


图6 两条交叉裂缝模型及其含水饱和度结果对比

Fig. 6 Intersecting discrete fractures model and comparison of water saturation profiles between numerical results and experimental results

4.2 复杂离散裂缝模型算例1

研究图7所示的复杂裂缝性油藏模型,其中包含导流裂缝和淤泥质充填断层,油藏厚度为单位长度。非均质各向异性基岩的孔隙度  $\varphi=0.2$ , 渗透率分布如图7(b)所示,裂隙开度  $a=1\text{ mm}$ , 渗透率  $k_f=$

$a^2/12=8.33\times 10^7\ \mu\text{m}^2$ 。水的黏度  $\mu_w=1\text{ mPa}\cdot\text{s}$ , 油的黏度  $\mu_n=5\text{ mPa}\cdot\text{s}$ , 束缚水饱和度为0, 残余油饱和度为0.2。水相相对渗透率  $K_{rw}=S_w^2$ , 油相相对渗透率  $K_{rn}=(1-S_w)^2$ , 初始压力为10 MPa, 注水和采油端的速度均为  $q_{in}=30\text{ m}^3/\text{d}$ 。

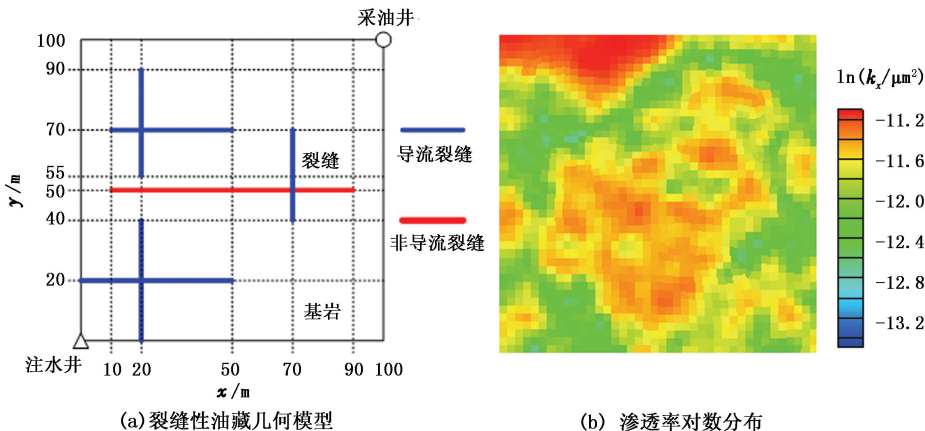


图7 复杂裂缝性油藏模型

Fig. 7 Fractured reservoir within complex discrete fracture

假设模型为水湿性油藏储层,考虑基岩和裂缝中毛细力的影响,假设两者的毛细力均符合 Brooks-Corey 毛细力函数。对于基岩,阈压值  $p_d=10\text{ kPa}$ ,  $\lambda$  取值2.0;对于裂缝,阈压值  $p_d=1\text{ kPa}$ ,  $\lambda$  取值1.0, 表达式为

进行数值模拟,其中三角形网格包含881个节点和1615个单元,四边形网格包含1859个节点1737个单元。图8给出了不同时刻的含水饱和度分布,结果表明两种不同网格的计算结果基本吻合,进一步验证了方法的正确性和程序的鲁棒性。同时,基于三角网格系统应用混合有限元方法进行了模拟, MFD 计算时间为356.13 s,混合有限元则为351.21 s,因此两者的计算量相当,但 MFD 对网格的要求更

$$p_c(S_w) = p_d \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_o} \right)^{-1/\lambda}, \quad 0.2 < \lambda < 3.0. \quad (25)$$

如图8所示,分别采用两种不同计算网格系统

低,更适用于复杂离散裂缝模型的研究。

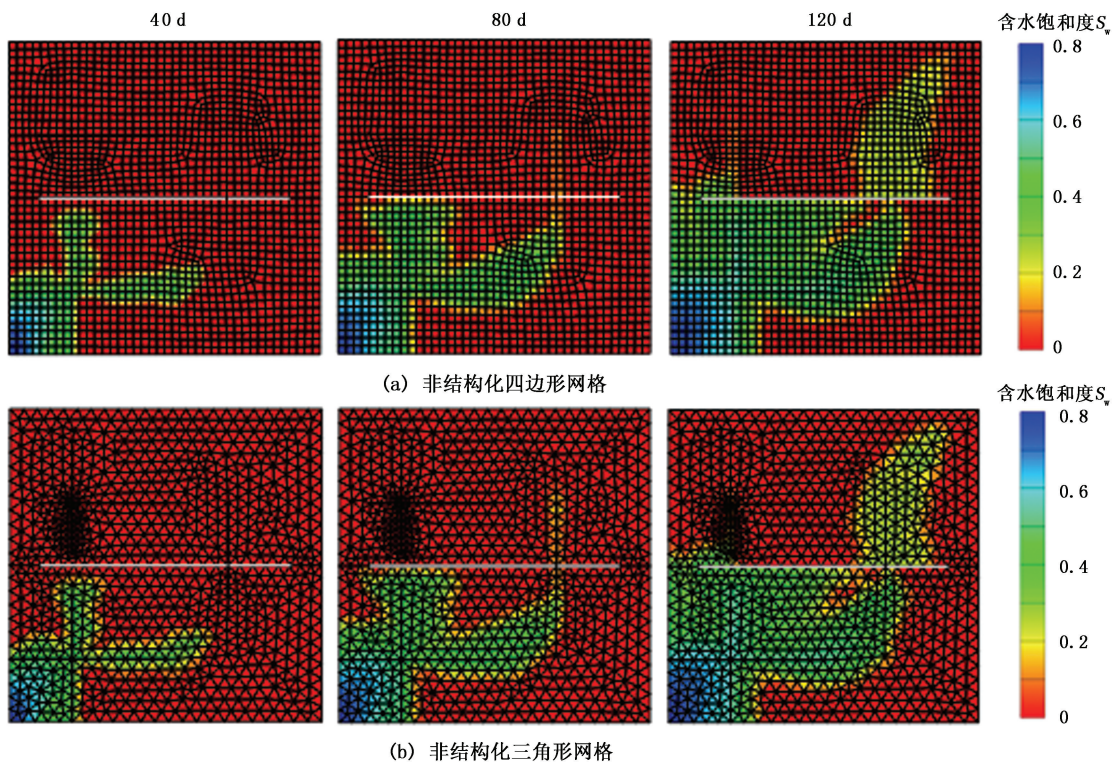


图 8 基于不同网格系统的含水饱和度计算结果

Fig. 8 Water saturation simulation results of different grid systems

### 4.3 复杂离散裂缝模型算例 2

考虑图 9 所示的复杂裂缝性介质模型,研究区域为  $100\text{ m} \times 50\text{ m}$  ( $x \times y$ ),图中蓝线代表裂缝,该模型基于某油田露头资料生成。均质各向同性基岩的孔隙度  $\varphi = 0.2$ ,渗透率  $k_m = 10 \times 10^{-3}\ \mu\text{m}^2$ ,裂缝开度

$a = 1\text{ mm}$ ,渗透率  $k_f = a^2/12 = 8.33 \times 10^{-4}\ \mu\text{m}^2$ ,油水的物性参数与 4.2 算例一致。初始油藏压力为  $10\text{ MPa}$ ,初始含水饱和度为零,注水井和采油井的速度均为  $0.01\ V_p/d$ 。

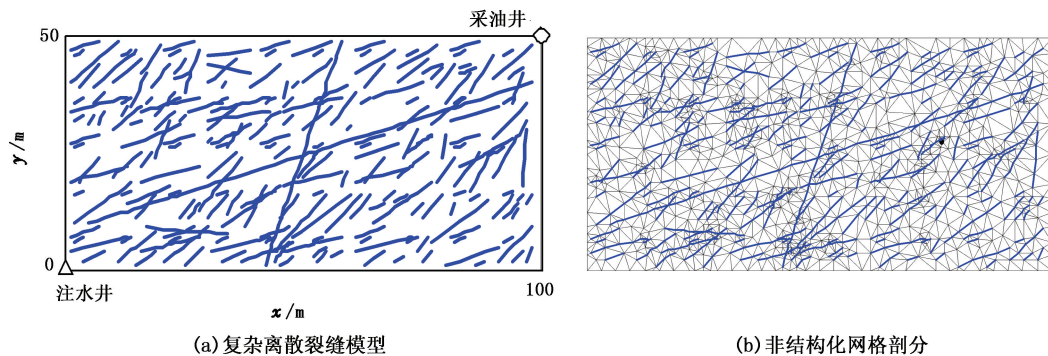


图 9 复杂离散裂缝模型及其非结构化网格剖分

Fig. 9 Complex discrete fracture model and corresponding Delaunay triangle meshing

基岩和裂缝的油相相对渗透率  $K_{ro} = (1 - S_w)^2$ ,水相相对渗透率  $K_{rw} = S_w^2$ ,假设模型为水湿性储层,考虑基岩和裂缝中毛细力的影响,假设两者的毛细力均符合 Brooks—Corey 毛细力函数,见式 (25),相关参数与上述 4.2 算例相同。计算中采用如图 9 所

示的 Delaunay 三角网格。图 10 给出了不同时刻的含水饱和度分布,其数值计算结果表明:注入水沿着大裂缝迅速窜进,裂缝的存在导致了介质的强烈非均质性;由于毛细力的存在,注水波及面积有所增加,但整体效果仍由宏观大裂缝控制。

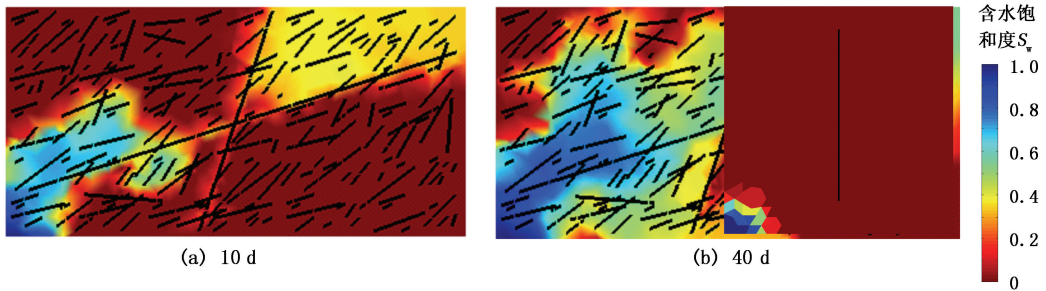


图10 不同时刻含水饱和度分布

Fig.10 Water saturation profiles at different time

## 5 结束语

基于模拟有限差分方法,建立了一套新的离散裂缝数值计算格式,并采用IMPES方法对其两相渗流问题进行了研究,通过算例验证了方法的正确性和程序的鲁棒性。模拟有限差分法在构造数值计算格式时,仅基于单个网格的节点和面信息,具有良好的局部守恒性,理论上适用于任何复杂网格系统,适用于离散裂缝流动模拟研究。本文中仅对二维两相流问题进行了讨论,对三维三相问题进行研究时在模型中应考虑非线性流动问题,以适用于低渗透油藏和致密油气藏开发的需求。

## 参考文献:

- [1] National Research Council. Rock fractures and fluid flow: contemporary understanding and applications [M]. Washington, DC: National Academies Press, 1996:1-10.
- [2] BARENBLATT G, ZHELTOV I P, KOCHINA I. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1960,24(5):1286-1303.
- [3] WARREN J, ROOT P J. The behavior of naturally fractured reservoirs [J]. Old SPE Journal, 1963,3(3):245-255.
- [4] KAZEMI H, LS M, PORTERFIELD K, et al. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs [J]. Old SPE Journal, 1976,16(6):317-326.
- [5] PRUESS K. A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media [J]. Old SPE Journal, 1985,25(1):14-26.
- [6] WU Y-S, PRUESS K. A multiple-porosity method for simulation of naturally fractured petroleum reservoirs [J]. SPE Reservoir Engineering, 1988,3(1):327-336.
- [7] KARIMI-FARD M, GONG B, DURLOFSKY L. Generation of coarse-scale continuum flow models from detailed fracture characterizations [J]. Water Resources Research, 2006,42(10):W10423.
- [8] BOURBIAUX B. Fractured reservoir simulation: a challenging and rewarding issue [J]. Oil & Gas Science and Technology, 2010,65(2):227-238.
- [9] 周志芳. 裂隙介质水动力学原理 [M]. 北京:高等教育出版社, 2007.
- [10] 王月英, 姚军, 黄朝琴. 裂隙岩体流动模型综述 [J]. 大庆石油学院学报, 2011,35(5):42-48. WANG Yueying, YAO Jun, HUANG Zhaoqin. A review of fluid flow models in fractured rock [J]. Journal of Daqing Petroleum Institute, 2011,35(5):42-48.
- [11] HUANG Z-Q, YAO J, WANG Y-Y. An efficient numerical model for immiscible two-phase flow in fractured Karst reservoirs [J]. Communication in Computational Physics, 2013,13(2):540-558.
- [12] HUANG Z, YAO J, WANG Y, et al. Numerical study on two-phase flow through fractured porous media [J]. Science China Technological Sciences, 2011,54(9):2412-2420.
- [13] GONG B, KARIMI-FARD M, DURLOFSKY L. Upscaling discrete fracture characterizations to dual-porosity, dual-permeability models for efficient simulation of flow with strong gravitational effects [J]. SPE Journal, 2008,13(1):58-67.
- [14] HUI M-H, MALLISON B, FYROZJAEI M, et al. The upscaling of discrete fracture models for faster, coarse-scale simulations of IOR and EOR processes for fractured reservoirs [R]. SPE 166075-MS, 2013.
- [15] KARIMI-FARD M, DURLOFSKY L, AZIZ K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators [J]. SPE Journal, 2004,9(2):227-236.
- [16] SANDVE T, BERRE I, NORDBOTTEN J M. An efficient multi-point flux approximation method for discrete fracture—matrix simulations [J]. Journal of Computational Physics, 2012,231(9):3784-3800.
- [17] PANFILI P, COMINELLI A, SCOTTI A. Using embed-



- ded discrete fracture models (EDFMs) to simulate realistic fluid flow problems[C]//Second Workshop on Naturally Fractured Reservoirs, 8-11 December, 2013, Muscat Oman, European Association of Geoscientists & Engineering, c2013.
- [18] KIM J G, DEO M D. Finite element, discrete-fracture model for multiphase flow in porous media[J]. *AICHE Journal*, 2000,46(6):1120-1130.
- [19] KARIMI-FARD M, FIROOZABADI A. Numerical simulation of water injection in fractured media using the discrete-fracture model and the Galerkin method[J]. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2003,6(2):117-126.
- [20] MONTEAGUDO J E P, FIROOZABADI A. Control-volume method for numerical simulation of two-phase immiscible flow in two-and three-dimensional discrete-fractured media[J]. *Water Resources Research*, 2004,40(7):W07405.
- [21] HOTEIT H, FIROOZABADI A. An efficient numerical model for incompressible two-phase flow in fractured media[J]. *Advances in Water Resources*, 2008,31(6):891-905.
- [22] 黄朝琴,姚军,王月英,等. 基于离散裂缝模型的裂缝性油藏注水开发数值模拟[J]. *计算物理*, 2011,28(1):41-49.
- HUANG Zhaoqin, YAO Jun, WANG Yueying, et al. Numerical simulation on water flooding development of fractured reservoirs in a discrete-fracture model[J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2011,28(1):41-49.
- [23] BREZZI F, LIPNIKOV K, SIMONCINI V. A family of mimetic finite difference methods on polygonal and polyhedral meshes[J]. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2005,15(10):1533-1551.
- [24] LIE K A, KROGSTAD S, LIGAARDEN I S, et al. Open-source MATLAB implementation of consistent discretisations on complex grids[J]. *Computational Geosciences*, 2012,16(2):297-322.
- [25] LIPNIKOV K, MANZINI G, SHASHKOV M. Mimetic finite difference method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2014,257:1163-1227.

(编辑 李志芬)